قائمه مجموع احد الحواد که از تماس یک دائره طرف قطر با گرد او بگراست و اعظم الحواد که از قطر و محیط آن حادث گردیده چنانکه در اصول مبرهن علیه است هذه صورته (جدول ٦٥)

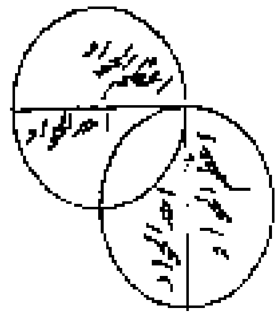
بهرصورت اگر این زاویه را معادل القائمة گویند وجهی دارد الا اینکه مستقیمین الخطین از نوع دیگر است و این از نوع دیگر و در میان نوعین تباین کلی است و منفرجه اعظم الانفراج و اصغر الانفراج از این صورت بتامل متصور می شود کما لا یخفی علی المتفطن لیکن حدوث آن هر دو از یک خط مستدیر و دیگر خط مستقیم است چه احد الحواد که تعیین آن از خط مستدیر و مستقیم است اگر بر قائمه مستقیم الخطین بیفزایند منفرجه اصغر الانفراج شود و قس علیه حال اعظم الانفراج اما حاده پس حال او ظاهر است و احد الحواد و اعظم الحواد از قسم اوست بدانکه در زاویهٔ غیر مستقیمین الخطین باقسامها در کتب قوم هیچ تفصیل و تحقیق واقع نیست یا باشد مگر بنظر این فقیر آن کتب نرسیده و اکثری حدوث قائمه را صرف از خطین مستقیمین مقید میسازند کما یظهر من حدها و هکذا حال المنفرجة و الحادة ولیکن انسب آنست که حدوث زاویه را اعم دانند کما بینه بعض المتأخرین و در حقیقت تعریف زاویهٔ قائمه که کرده اند تعریف خاص است که شامل نیست انواع قائمه را و تعریف اعم این ست که اگر خارج شود هر ضلع آن احاطه کند مع ضلع دیگر بزاویهٔ متساویة الاولی که در جنب اوست و شکل آنست که باحاطهٔ حد و احد یا حدود حادث شود پس اگر احاطه کند آنرا یک خط یا زیاده از آن آنرا شکل مسطحه گویند و خواه یک سطح یا زیاده از آن آنرا شکل مجسمه گویند و انواع اشکال مسطحه بسیار است از انجمله مستقیم الاضلاع است که احاطه کند آنرا خطوط مستقیمه و هر یک خط را ضلع گویند و آن نیز چند قسم است یکی از آن مثلث است که آنرا احاطه کند سه خط و آن بر سه قسم است متساوي الاضلاع که هر یک اضلاع او متساوي باشد و مختلف الاضلاع که هر یک از اضلاع او مختلف باشد و متساوي الساقين که دو ضلع او متساوي باشد و باید دانست که در مثلث هر زاویه که علی رأس المثلث واقع است هر دو خط محیط آن زاویه را ضلعین و ساقین گویند و خط ثالث را قاعده و ضلع عام است خواه در مثلث خواه در دیگر اشکال که جمیع خطوط را ضلع میگویند و قاعدهٔ خاص است که غیر از ضلعی که شکل بر آن قائم شود بر ضلع دیگر اطلاق نمی کند و هر ضلع را بلحاظ زاویه که فوق اوست و تر آن زاویه گویند پس قاعده خاص و وتر عام است و نیز مثلث باعتبار زوایا سه قسم است مثلث قائم الزاویة

وگاهی نقطه فصل مشترک درمیان دو سطح خواه دو جسم خواه یک خط و یک جسم خواه یک سطح و یک جسم واقع میشود چنانکه در اتصال مثلثین و مخروطین علی رأسهما و غیرهما و بدانکه جسم فصل مشترک نمی تواند شد والا تداخل اجسام لازم آید و آن محال است و بدانکه نیز زاویهٔ مسطحه بر دو قسم است زاویهٔ مستقیم الخطین و زاویهٔ غیر مستقیم الخطین زاویهٔ مستقیم الخطین آنست که احاطه کند آنرا دو خط مستقیم و آن بر سه قسم است قائمه و منفرجه و حاده زاویهٔ قائمه آنست که هرگاه خطی بالای خطی قائم شود بحیثیتیکه میلان بهیچ جانب نکند و در هر دو جنب آن خط قائم دو زاویهٔ متساویه حادث شود و آن هر دو زاویتین قائمتین اند و آنرا زاویهٔ محدوده نیز خوانند و باید دانست که حدوث دو قائمه بقیام خط علی خط بالفعل ضرور نیست چه قیام خطی بالای خطی اعم است از اینکه خطی بر وسط خطی قائم شود یا بر طرف خطی قائم شود و هرگاه بر طرف خطی قائم شود بدینصورت 
پس ضرور نیست که هر دو زاویهٔ متساویه حادث بالفعل شوند بلکه اگر یکی از آن دو خط خارج کرده شود زاویهٔ دیگر هم حادث خواهد شد و آن هر دو خط را عمود بر یکدیگر گویند و هر زاویه که اعظم از قائمه باشد آنرا منفرجه خوانند و اگر اصغر از قائمه بود آنرا حاده نامند و اصغر الحواد که آنرا احد الحواد میگویند هیچ زاویه از مستقیم الخطین نمی تواند شد چه در اصول ثابت است که تقسیم زاویه الی غیر النهایه ممکن است کما بینه اوقلیدس فی الشکل التاسع من المقالة الاولی و نیز اعظم الحواد از مستقیم الخطین نمی تواند شد زیرا که اعظم الحواد ما بقی بعد اسقاط احد الحواد من القائمة است و هرگاه احد الحواد از مستقیم الخطین متعین نیست اعظم الحواد هم متعین نخواهد شد و زاویهٔ غیر مستقیمة الخطین آن است که احاطه کند آنرا یک خط مستقیم و یک خط مستدیر یا هر دو خط مستدیر و آن نیز سه نوع است قائمه و منفرجه و حاده اما قائمه از خطین مستقیم و مستدیر همچون قیام خطی بر محیط دائرهٔ کره که متقاطع علی القوائم فرض کنند اما زاویهٔ قائمه از مستدیرین هرگاه حادث شود دو قسم است یکی آنکه حادث شود بر سطح مستدیر همچون زاویه ها که از تقاطع علی القوائم دوائر افلاک و کره حادث می شود چنانکه از تقاطع نصف النهار و معدل النهار اما حدوث زاویهٔ قائمه از خطین مستدیرین بر سطح مستوی سوای یک صورت که از برهان مثبت می شود متصور نیست و آن چنانست که هرگاه دائره بکشند بحیثیتیکه طرف قطر آن دائره محیط دائرهٔ دیگر را تماس کند بنحویکه از تماس احد الحواد پیدا شود پس در ینصورت از تقاطع دائرتین زاویهٔ قائمه حادث خواهد شد و این

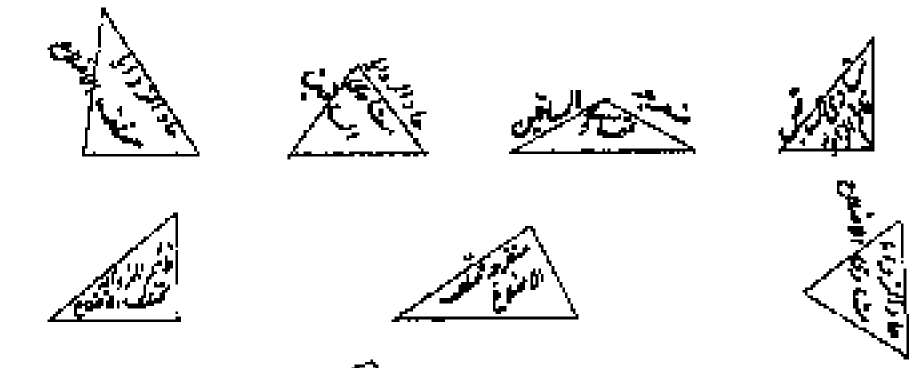
چهار خط خطین متوازیین نبود آنرا شقائقی گویند اگر از وصل قطر اقصر دو مثلث متساوی الساقین حادث شوند که قاعدهٔ آن هر دو مثلث خط واصل باشد و صاحب مفتاح الحساب آنرا ذوالیمین نام نهاده و بیان آن چنین کرده که اگر ذو اربعة اضلاع ضلعین متجاورین متساویین باشند و هم چنین دو ضلع متجاور دیگر نیز متساوی باشند و ضلعین اولین مخالف ضلعین آخرین بوند و تقاطع قطرین آن در داخل شکل و علی القوائم باشد درینصورت زاویتین متقابلتین فقط در و متساوی خواهند شد و آن سه قسم است اگر زاویتین متقابلتین قائمه باشند معماران آنرا لوزی می نامند و اگر منفرجتین باشد در و دیگران جودانه نام می نهند و اگر حادتین باشد باطیه نام می دارند ثم بیانه و اگر از وصل قطر اقصر دو مثلث مختلف الساقین حادث شوند و تقاطع قطرین آن در داخل شکل و علی القوائم بود آنرا این ضعیف شبیه بالشقائقی نام نهاده و اگر از وصل خطی بین الزاویتین دو مثلث متساوی الساقین یکی اعظم و دیگر اصغر حادث شوند بحیثیتیکه اصغر داخل اعظم باشد آنرا ذو رجلین خوانند و درینصورت آن خط واصل خارج شکل واقع خواهد شد و این شکل فی الحقیقة تمام ذوالیمین الی المعین است چنانچه صاحب مفتاح بهمین عبارت تعریف ذوالرجلین نموده است و شکلی از ذو اربعة اضلاع قناء است و آن نوعی از بادرنگ است و صاحب خلاصة الحساب ذو زنقة و ذو زنقتین و قناء را از منحرفات شمرده و غیر آن را منحرفات گوید و اگر زیاده از چهار خط احاطهٔ سطح کند آنرا کثیر الاضلاع گویند و از آن جمله اگر پنج خط مساوی احاطه کرده باشد و زوایا نیز متساوی باشد مخمس گویند و هم چنین اگر شش خط مساوی احاطه کند مسدس و هکذا الی المعشر و اگر اضلاع مختلف باشد درینصورت زوایا مختلف باشد خواه مساوی ذو خمسة اضلاع گویند و هکذا الی العشرة و بعد آن لفظ قاعده بجای ضلع بیفزایند و ذو احدی عشر قاعده و ذو اثنا عشر قاعده گویند و هکذا در مساوی الاضلاع یعنی در مساوی الاضلاع چون اضلاع زیاده از ده باشد بجای ضلع لفظ قاعده استعمال کنند چنانکه صاحب خلاصة الحساب بیان نموده است و صاحب تحریر اقلیدس در پانزده ضلع مساوی ذو خمسة عشر ضلعا گفته است و صاحب عیون الحساب مطلقا در کثیر الاضلاع لفظ اضلاع اطلاق نموده چنانکه ذو اثنا عشر ضلعا گفته است پس تخصیص لفظ قاعده وجهی ندارد لیکن اگر برای امتیاز مساوی الاضلاع لفظ ضلع و برای مختلف الاضلاع لفظ قاعده یا بالعکس اختیار کند اولی و احسن است و مجملهٔ اشکال کثیر الاضلاع که باسم خاص

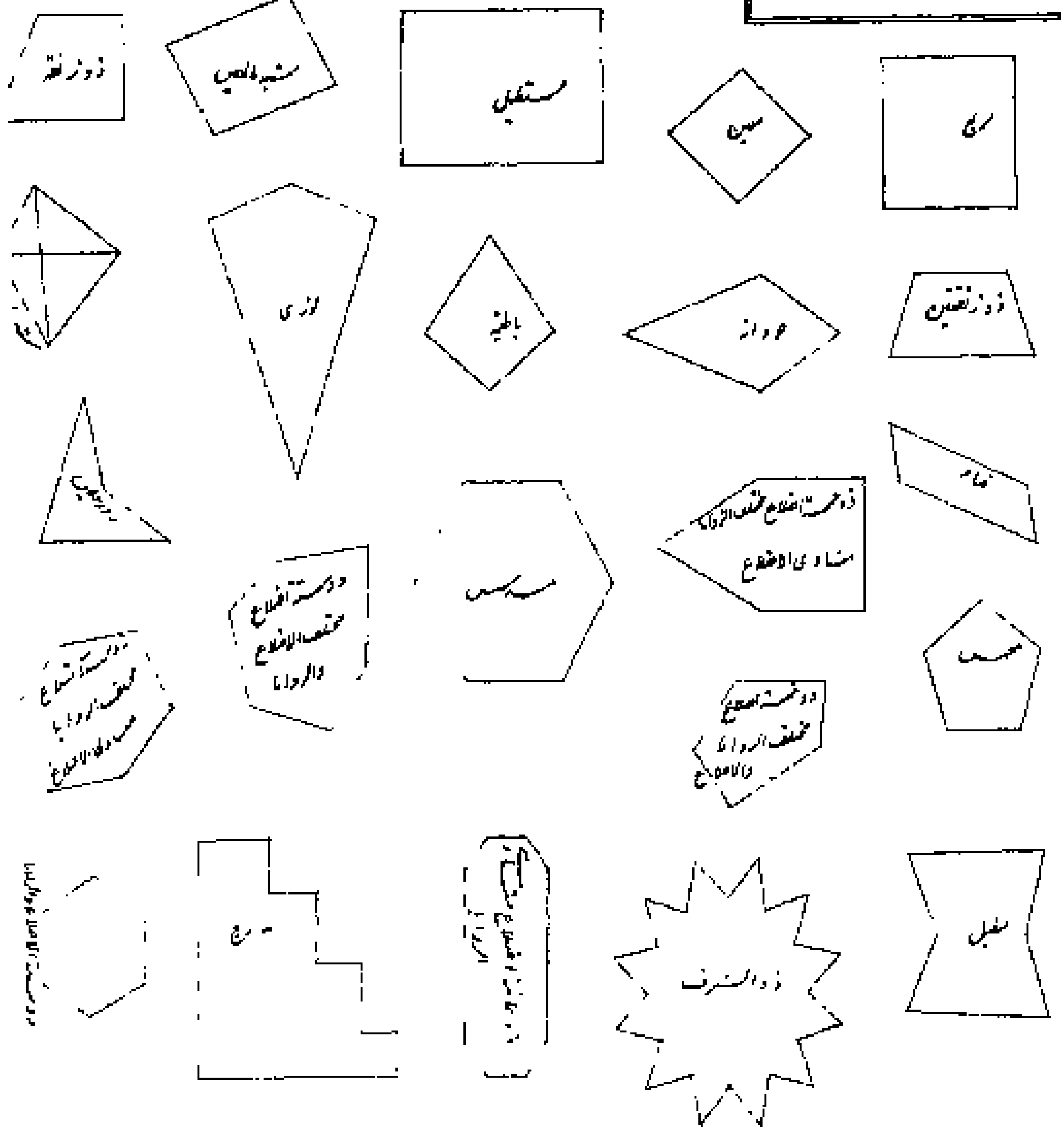
که یک زاویه از زوایای او قائمه باشد و مثلث منفرجة الزاویه که یک زاویه منفرجه باشد و مثلث حادالزوایا که در وی یک زاویه هم نه قائمه باشد نه منفرجه لهذا حادالزوایا گویند و چون ضرور است که در هر مثلث دو زاویهٔ حاده باشد خواه هر سه چرا که مجموع هر سه زاویه جمیع مثلثات برابر دو قائمه می باشد پس در مثلث قائمة الزاویه یک زاویهٔ قائمه و دو حاده می باشد و در منفرجة الزاویه یک زاویهٔ منفرجه و دو حاده و در حادالزوایا هر سه حاده می باشد و مثلث متساوي الاضلاع همیشه حادالزوایا است و مختلف الاضلاع و متساوي الساقین قائمة الزاویه و منفرجة الزاویه و حادالزوایا هر سه میشود پس انواع مثلث هفت است و عمود مثلث خطی مستقیم است که از یکی زاویهٔ آن بر ضلع موتر عمود واقع شود خواه داخل مثلث باشد خواه خارج مثلث بعد اخراج ضلع موتر باشد و آن ضلع موتر را قاعده گویند و مرکز مثلث نقطهٔ ایست داخل مثلث که بُعد جمیع اضلاع از آن نقطه مساوي بود یعني اگر آن نقطه را مرکز فرض کرده دائره در آن مثلث بکشند جمیع اضلاع را تماس کند و اگرچه فی الحقیقة مرکز مثلث مرکز دائرهٔ ایست که هر سه زوایای مثلث را تماس میکند اگر آن دائره بر آن مثلث کشند لکن در مساحت مثلث احتیاج بمرکز داخلهٔ دائره است و جیب الزاویه جیب مستوي قوسی است که ضلع موتر آن زاویه موتر آن قوس باشد و مقدار زاویه همان قوس است که وتر آن ضلع موتر آن زاویه است و مراد از قوس قوس دائره است که بالای مثلث کشند و تفصیل این خواهد آمد انشاءالله تعالی دویم ذوار بعة اضلاع است که آن را چهار خط مستقیم احاطه کند پس اگر آن هر چهار مساوي اند و زوایا باهم متساوي باشد آنرا مربع گویند و اگر زوایا مساوي نباشد آنرا معین خوانند و درین شکل ضرور است که زاویتین متقابلتین متساوي باشد و اگر از آن چهار خط دو دو خط متوازي متساوي باشد و زوایا باهم متساوي بود مستطیل نامند و اگر زوایا متساوي نباشد شبیه بالمعین خوانند و درین شکل هم ضرور است که زاویتین متقابلتین مساوي باشد و خطیکه بین الزاویتین المتقابلتین واصل شود آنرا قطر نامند و از جملهٔ ذوار بعة اضلاع اگر دو خط متوازي باشد و احدالباقیین عمود بر آن هر دو متوازي واقع شود آنرا ذوزنقه خوانند و خط چهارم را که منحرف است زنقه گویند و اگر احدی از باقیین عمود نباشد بل که هر دو منحرف باشد ذوزنقتین خوانند پس اگر هر دو متساوي اند ذوزنقتین متساویین اند والا مختلفین و اگر از جملهٔ

شکل ۹۵ صفحه ۱۹۲



شکل ۹۶ صفحه ۱۹۵





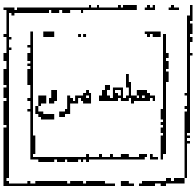
اصغر از نصف است قطاع اصغر نامند واگر دو قوس متساوي ومختلف في جهة التحدب که اصغر بین از نصف محیط باشند احاطه کنند آنرا مسطح بیضي واهلیلجي نیز گویند واگر دو قوس متساوي که مختلف التحدب وهر واحد اکبر از نصف محیط بوند واحاطه سطح کنند سطح عدسي گویند وشلجمي نیز خوانند واگر دو قوس مختلف که حدبهٔ آنها الی جهة واحدة باشد وهر دو واعظم از نصف محیط باشند نعلي گویند واگر هر دو اصغر از نصف باشند هلالي خوانند واز اشکال مسطحه که احاطه شکل مجسم راکند از مجسمات کره است اعني اگر سطح کره را تصور کنند مسطحه است واگر جسم کره تخیل کنند مجسمه است وکره جسمي است که احاطه کند آنرا سطح مستد بر که در داخل آن نقطهٔ مفروضه باشد که جمیع خطوط مستقیم خارجهٔ ازان نقطه بطرف آن سطح مساوی باشند وآن سطح را محیط کره گویند وآن نقطه مرکز کره است وآن خطوط خارجه انصاف اقطار آن کره است وخطی که از مرکز مرور کرده تا بمحیط رسد قطر کره است وقطری از اقطار بلحاظ حرکت کره محور است اعني اگر کره حرکت بر آن قطر کند محور می نامند ودو طرف آنراکه دو نقطهٔ غیر متحرکه است دو قطب کره وحرکت می گویند وهرگاه کره رایک سطح مستوي قطع کند دائره حادث خواهد شد بس آن دائره اگر مرور بمرکز کند عظیمه است والاصغیره وهر دو قسم کره که از قطع حاصل شوند آنرا قطعة الکره گویند وآن دائره قاعدة القطعه هر دو است ونقطهٔ معروضه که جمیع خطوط خارجه ازان بطرف محیط قاعدهٔ آن قطعه مساوي باشد رأس القطعه وقطب القطعه است وخط واصل بین مرکز القاعدة والقطب ارتفاع وسهم قطعه است وآنچه از کره جدا کرده شود از توهم دوران نصف قطر از اقطار آن بر محیط صغیره بر بسیط آن مع ثبات یک طرف منطبق بر مرکز قطاع الکره است وآن اکبر از نصف واصغر از نصف می باشد وبعبارت دیگر اگر کره را بطوری منقسم سازند که گویا یک طرف نصف قطر آنرا بر مرکز منطبق داشته طرف دیگر را بر محیط قطعهٔ صغیرهٔ کره که معروض بر بسیط الکره باشد گردش داده قطع کرده اند آن قطاع الکره است بس آنچه اعظم از نصف باشد قطاع اکبر است والاقطاع اصغر وضلع الکره آنچه که جدا شود از کره بسبب دو نصف دائرتین عظیمتین که بر آن کره متقاطع شوند وآنرا شکل نبین گویند ومجملهٔ اشکال مجسمه اسطوانهٔ مستد بره است وآن شکلی است مجسم که احاطه کرده است اوراد و دائرهٔ متساوي متوازي ویک سطح مستدیر العرض ومستقیم الطول

مختص اند یکی مدرج و آن شکلی است که درجات او مثل درجات نردبان باشد و آنرا شکل منبری نیز گویند و دیگر مطبل و آن شکلی است که مشابه طبل باشد و طبل نقارهٔ صغیره را گویند که بوقت صید باز برای برایدن طائر می نوازند و دیگر شرف بضم شین معجمه و فتح راءٔ جمع شرفه بضم الشین وسکون الراء کنگره را گویند تا اینجا تمام شد اشکال مستقیم الخطوط وتخییل هریک ازین اشکال از صور آنها بخوبی کرده میشود صور اشکال این است (جدول ۶۶)

واگر سطح رایک خط مستدیر احاطه کند بحیثیتیکه در داخل آن نقطهٔ معروضه باشد که از و خطوط مستقیم مساوی بطرف آنخط مستدیر خارج تواند شد آنرا دائرهٔ گویند و آن خط مستدیر را محیط دائره و آن نقطهٔ معروضه را مرکز و آن خطوط مستقیمهٔ خارجه را نصف قطر گویند و هرخط که مار بمرکز شود آن خط قطر و منصف دائره است و هرخط مستقیم که دائره را بمختلفین قسمت کند آن خط وتر قسمین است و اجزاء محیط را قوس نامند و اگر قوس و وتر احاطهٔ یک شکل کند آنرا قطعهٔ دائره گویند پس اگر آن قطعه داخل آن مرکز است یعنی مرکز دائره داخل شکل بود آن قطعهٔ کبری است و اگر مرکز خارج شکل باشد قطعهٔ صغری و اگر قوس و قطر احاطهٔ شکل کند نصف دائره گویند و گاهی اطلاق قطعه بر آن هم می نمایند و همچنین قطر را هم گاهی وتر میگویند پس وتر عام است و قطر خاص وجیب مستوی نصف وتر ضعف القوس است و گاهی تعریف آن باین نهج می کنند که آن عمودی است خارج از یک طرف قوس بر قطریکه مرور کند بطرف دیگر آن قوس وجیب معکوس عمودی است خارج از منصف قوس تا منصف وتر و ضرور است که باشد جیب معکوس یک جزء از قطر یعنی جزوی از قطر خواهد بود و آنرا سهم نیز گویند و اکثری آنرا سهم نصف القوس می شمارند و بعضی سهم القوس میدانند و هذا انسب باسمه وجیب مستوی ربع دائره که آنرا جیب اعظم وجیب مطلق میگویند مساوی جیب معکوس است چه هر واحد نصف قطر اند و قوسی که اصغر از ربع است جیب معکوس آن اصغر از جیب مستوی است و قوسی که اعظم از ربع است فبالعکس پس جیب مستوی تجاوز از نصف قطر نخواهد کرد بخلاف جیب معکوس که گاهی از نصف قطر زیاده میشود و گاهی کم و گاهی مساوی و هذا علی قول الاکثرین و اگر یک قوس و دو نصف قطر احاطهٔ سطح کند بحیثیتیکه آن هردو واحد نشوند آنرا قطاع گویند پس اگر قوس اعظم از نصف محیط است قطاع اعظم است و اگر قوس

کرده اند که الذي في كرة مجوفة مساوي الثخن افرز منها قطعتان تكون قاعدتهما متساويتين متوازيتين و هذا شبيه بصورته   صور اشكال اين است   (جدول ۶۷)

وبعضی از اشکال مسطحه حلقه است وآن دو نوع است المربع والمستدیر حلقه مربع شکلیست که مابین دو مربع متوازي سطحی حادث شود هکـــــذا



وثاني از اشکال مسطحه حلقه مستدیره است وآن شکلی است که احاطه کند او را دو محیط دائرتین که متحد المرکز باشند اعني سطح مابین دائرتین که بریک مرکز کشند ويكي خرد و دیگری کلان باشد بدینصورت   (جدول ۶۸)

وقطاع حلقه شکلی است که از احاطه دو قوس متوازي و دو خط مستقیم که مسامت مرکز باشد واگر تا مرکز کشند خط واحد مستقیم نشوند حاصل می شود وآن نیز مثل قطاع دائرة اصغر واعظم از نصف میتواند شد بدینصورت (جدول ۶۹)

وقطعة حلقه شکلیست که حاصل شود از احاطه دو قوس متوازي و دو خط مستقیم که اگر یکی از ان دو خط بطرف دیگری خارج کنند یک خط مستقیم شود وآن نیز اکبر واصغر از نصف میشود (جدول ۷۰)

ودیگر شکلیست که از قسي متساوي حاصل شود که اگر درون او دائره بکشند اشکال هلالیات حادث شوند واین را اگر ذوی القسي نامند انسب است وهذه صورته (جدول ۷۱)

* بیان بعضی اشکال مجسمهٔ دیگر *

باید دانست که اگر از یک مخروط قائم معین مجسمی که یک راس او و مرکز قاعدهٔ مخروط باشد جدا کنند مجسم باقی را فصل المخروط نامند وان باقي مثل مخروط ناقص است که از جوف آن مخروطی دیگر بر آورده شده که راس او و مرکز قاعدهٔ آن مخروط ناقص و قاعدهٔ او سطح اعلی آن مخروط ناقص باشد هکـــذا (جدول ۷۲)

واگر از یک معین مجسم معین مجسمی دیگر که هر دو راس یکی بعینه هر دو راس دیگری باشد بیرون آرند مجسم باقي را فصل المعین نام نهند وآن گویا مرکب است از دو مخروط قائم که یکی از آن تام و دیگری ناقص که قاعدهٔ هر دو یکی است واز جوف آن مخروطیکه راس او راس مخروط تام است وقاعدهٔ او بر سطح اعلی مخروط ناقص بیرون آورده شده هکذا صورته (جدول ۷۳)

وچون دو مثلث وسه سطح متوازي الاضلاع بجسمی محیط شوند آنرا منشور گویند وآن

که واصل است درمیان محیط آن هردو دائره وآن هردو دائره قاعدهٔ اسطوانه است وخطیکه واصل شود درمیان دو مرکز آن دو قاعده آنرا سهم و محور اسطوانه خوانند پس آن خط اگر عمود برقاعدتین واقع شود اسطوانهٔ قائمه است وآنرا مساوي الاقطار وقائم الزاویه نیزخوانند واگر برهردو عمود واقع نشود اسطوانهٔ مائله است واگر بریکي عمود واقع شود وبردیگري عمود واقع نگردد اسطوانهٔ ناقصه است ومنجمله اشکال مجسمه مخروطهٔ مستدیره است وآن شکلیست مجسم که یک دائره که قاعدهٔ اوست ویک سطح مستدیر صنوبري منتهي بنقطه که راس اوست اورا احاطه کرده است وخطي که واصل است درمیان مرکز قاعده ونقطهٔ مذکوره سهم ومحور اوست پس اگر آن خط عمود بر قاعده باشد مخروط قائم است واین را متساوي الساقین ومتساوي الاسواق ومتساوي الاضلاع ومتساوي الاقطار وقائم الزاویه نیزگویند واگر خط مذکور برمرکز قاعده عمود نباشد مخروط مائله است وبدانکه مخروط مستدیر را مخروط صنوبري نیزگویند وارتفاع مخروط خطي است که ازراس مخروط خارج برقاعده عمود واقع شود وسطح قاطع للمخروط که متوازي قاعده باشد مخروط را دوقسم میکند مخروط اصغر که متصل راس آن باشد ودیگر مخروط ناقص که متصل قاعده باشد واسطوانهٔ مضلعه شکلیست که هردو قاعدهٔ او شکلین مستقیم الخطوط متماثلین باشد ومحاط یک سطح مستدیر سطوح ذوات الاربعة المتوازیه باشد ومخروط مضلع آنست که احاطه کند اورا قاعدهٔ مستقیم الخطوط وسطوح مثلثات که قاعده‌هاي آن مثلثات اضلاع قاعدهٔ اوست بدانکه این هردو تعریف خاص است وتعریف اعم اسطوانهٔ مضلعه این است که هردو قاعدهٔ او شکلین متماثلین غیرذائرتین باشد ومحاط سطح مستدیر سطح یا سطوح مستقیم في الطول بود وتعریف اعم مخروط مضلع این است که احاطه کند اورا شکلي غیردائرهٔ که آن قاعدهٔ اوست ویک سطح یا سطوح مستقیم في الطول که بیک نقطه تا نقطه منتهي شود ونیزاز اشکال مسطحه سطح فلکیه است وآن اسطوانهٔ مجوفه مساوي الثخن است بشرطیکه ارتفاع اواز قطر قاعدهٔ او زیاده باشد وقطر قاعدهٔ تجویف او ازنصف قطر قاعدهٔ او اقل بود خواه مساوي ثخن او وازسمک اعني ارتفاع او اقل باشد خواه اکثر پس اگر قطر قاعدهٔ تجویف او اکثر از نصف قطر قاعدهٔ او باشد بحیثیکه ثخن او اقل از ارتفاع او بود آنرا دف نامند وآنچه ارتفاع او از قطر قاعدهٔ او اکثر باشد آنرا انبوبه خوانند وبعضي دف را باین عبارت تعریف

صنف از سطوح متساوي الاضلاع والزوايا حاصل شود پس آن مجسمه كره مفروضه را محيط خواهد شد و هر يكي از سه كره يك صنف راكه في الحقيقة قاعدهٔ مخروط باشد بر مركز قاعده مماس خواهد شد اعني يك كره يك صنف سطوح را و كرهٔ ديگر سطوح صنفي ديگر را و سيومي سطوح صنف آن سيومي را بر مراكز قواعد تماس خواهد كرد و انواع آن كثير است همچون مجسمي كه محاط باشد به شش مثمن و هشت مسدس و دوازده مربع و همچنان مجسمي كه محاط باشد بدوازده معشر و ست مسدس و سي مربع و غيرآن وبعضي از اشكال مجسمه طاق وازج بهمچنين وزاء مجسمه و جسم است و فرق در طاق وازج اين ست كه عرض طاق از سعه او زياده ميشود بخلاف ازج وآنچه كه در طاق عرض است در ازج طول ميگويند وآن هر دو مجسم اند كه احاطه كرده است آنرا دو سطح مستوي و متساوي كه هر دو سطح روي آن مجسم اند و دو سطح ديگر مستدير يا قريب الاستداره و متوازي كه هر دو محدب و مقعر آن مجسم است وتفصيل اقسام اين از مفتاح بايد طلبيد

* مقدمهٔ دويم در بيان بعض مسائل هندسي
وقواعدي كه متعلق از مساحت است *

مسئلهٔ اول به شكل ه من مقالهٔ اولي در مثلث متساوي الساقين هر دو زاويه كه بر قاعده واقع ميشوند متساوي مي باشند *

مسئلهٔ دويم هرگاه دو زاويه در يك مثلث متساوي باشد هر دو ضلع آن مثلث كه موتر آن هر دو زاويه اند متساوي خواهد بود به شكل و من *

مسئلهٔ سيوم اگر بخواهند كه تنصيف زاويه نمايند هر دو ضلع راكه محيط زاويه اند متساوي فصل كنند وخط واصل بين النقطتين الفاصلتين بكشند پس مثلث متساوي الساقين حادث خواهد شد وهرگاه از زاويه خطي بر نصف قاعده بكشند آن خط منصف زاويه خواهد بود به شكل ط من *

مسئلهٔ چهارم هرگاه خطي خط ديگر را قطع كند چهار زاويه حادث خواهد شد از ان دو دو زاويه متقابلين متساويين خواهد بود به شكل يه من *

مسئلهٔ پنجم هر سه زاويه هر مثلث معادل دو قائمه مي شود و هر مثلث كه يك ضلع او را اخراج كند پس زاويهٔ خارجه مساوي هر دو زاويهٔ متقابلين كه داخلين مثلث اند خواهد بود

در حقیقت اسطوانهٔ مثلث القاعدتین است و دیگر از مجسمات که بلحاظ سطوح متماثله متساوی الاضلاع والزوایا حاصل شود پنج قسم است قسم اول ذوار بعة قواعد مثلثات متساوی الاضلاع والزوایا و آن در حقیقت مخروط مثلث القاعده است که اضلاع او مساوی اضلاع قاعده باشد واین قسم مجسم را در تحریر منسوب الی النار گفته قسم دویم ذو ستة مربعات متساویات و آنرا مکعب خوانند و این مجسم منسوب الی الارض است وقسم سیوم ذو ثمانیة قواعد مثلثات متساوی الاضلاع والزوایا و این مجسم منسوب بهواء است وقسم چهارم ذو عشرین قاعدة مثلثات متساویات الاضلاع والزوایا و این منسوب بآب است قسم پنجم ذو اثنا عشر قاعده مخمسات متساویات الاضلاع والزوایا و این منسوب به سماء است و این هر پنج اقسام ممکن است که در میان کرهٔ مفروضه واقع شوند یا کرهٔ مفروضه در میان آنها واقع شود پس اگر در میان کره واقع شوند سطح کره مماس زوایای آن مجسمات خواهد شد و اگر کره در میان آنها واقع شود سطح کره مماس مراکز سطوح قواعد خواهد بود ونیز بعضی از مجسمات است که بلحاظ دو صنف از سطوح متساوی الاضلاع والزوایا حاصل شود وممکن است که در میان کره واقع شوند و سطح کره مماس زوایای این مجسمات باشد وممکن نیست که کره در میان این مجسمات واقع شود بحیثیتیکه سطح کره مماس مراکز سطوح قواعد آنها گردد بل که در میان این مجسمات دو کره واقع میتواند شد که سطح یک کره مماس مراکز سطوح قواعد صنفی و سطح کرهٔ دیگر مماس مراکز سطوح قواعد صنف اخری باشد و اقسام آن که مساحت هریک از آن بطور خاص است و در این نسخه مذکور خواهد شد هفت است قسم اول ذو ثمانیه قواعد متساوی الاضلاع والزوایا که چهار از آن مثلثات و چهار مسدسات باشد قسم دویم ذو اربعة عشر قاعده که شش از آن مربعات و هشت مثلثات باشد قسم سیوم ذو اربعة عشر قاعده که شش از آن مسمات و هشت مثلثات باشد قسم چهارم ذو اثنا و ثلثین قاعده که دوازده از آن مخمسات و بست از آن مثلثات باشد قسم پنجم ذو اثنا و ثلثین قاعده که دوازده از آن معشرات و بست از آن مثلثات باشد قسم ششم ذو اربعة عشر قاعده که هشت از آن مسدسات و شش مربعات باشد قسم هفتم ذو اثنا و ثلثین قاعده که دوازده از آن مخمسات و بست مسدسات باشد و اشکال مجسمات بر صفحه راست نمی آید مگر ترکیب ساختن اکری از آن در مقدمهٔ ثانی در مسئلهٔ چهل و ششم مذکور خواهد شد انشاء الله تعالی ونیز بعضی از مجسمات است که بلحاظ ...

مسئلهٔ نوزدهم در هر مثلث منفرجة الزاویه مربع وتر زاویهٔ منفرجه اعظم از مربعین ضلعین می باشد بقدر ضعف مسطح قاعده در مقداری که بعد اخراج قاعده مذکور درمیان زاویه وموقع عمود که از احد الزاویتین الباقیتین بکشند واقع شود امنی سوای ضلع وتر منفرجه از ضلعین دیگر یکی را قاعده فرض کنند واز احد الزاویتین که حاده اند عمود برآن ضلع بکشند پس لا محالة آن عمود خارج از مثلث خواهد بود وقدر واقع درمیان زاویه وموقع العمود نیز خارج از مثلث خواهد افتاد بدینصورت * (شکل ۷۶)

پس ضعف مسطح آن ضلع که قاعده فرض کرده شده است درقدر واقع بین الزاویه وموقع العمود مقدار تفاضل مربع وتر بر مجموع مربعین ضلعین است بشکل ب من ب *

مسئلهٔ بستم در هر مثلث مربع وتر زاویهٔ حاده اصغر از مربعین ضلعین بقدر ضعف مسطح قاعده درقدر واقع بین الزاویه وموقع العمود خواهد بود چنانچه در مسئلهٔ نوزدهم گفته شد بشکل م من ب *

مسئلهٔ بست ویکم در دائره هر خط که از مرکز برون تر خارج کرده شود پس اگر آن خط منصف وتر شود آن خط عمود برآن وتر است واگر عمود است منصف وتر است بشکل م من ج *

مسئلهٔ بست ودوم در دائره زاویهٔ مرکزیه ضعف زاویهٔ محیطیه می شود صورته هکذا بشکل ط من ج * (شکل ۷۷)

مسئلهٔ بست وسیوم جمیع زوایای محیطیه که دریک قطعه واقع شوند متساوی خواهند بود بشکل ک من ج * (شکل ۷۸)

و مزهردو زاویهٔ متقابلتین از زوایای ذی اربعة اضلاع که در دائره واقع شوند معادلتین لقائمتین خواهند بود بشکل الا من ج *

مسئلهٔ بست وچهارم اگر خواهند مرکز قطعهٔ دائره بدانند پس وتر را تنصیف سازند وبالای نقطه منصف عمود سهم بکشند پس لا محاله منصف قوس خواهد بود وازان عمود تا یکطرف قوس خط واصل کنند تا مثلث قائم الزاویه حادث شود ووتر زاویهٔ قائمه خط واصل باشد بعد ازان از هردو جانب وتر وخط خارج نمایند که آن هردو ملاقی شوند بحیثیتیکه زاویهٔ وتری مساوی زاویهٔ قوسی که از عمود وخط واصل حادث شده است باشد پس نقطهٔ ملاقی الخطین مرکز خواهد بود وهـــــذه صورته واین متفرع بشکل آ و ج من ج است * (شکل ۷۹)

بشکل لب منه پس دوزاویهٔ هر مثلث از دو قائمه کمتر خواهد بود و بود ریک مثلث دو قائمه یا یک قائمه و یک منفرجه واقع نمي تواند شد *

مسئلهٔ ششم در هر مثلث ضلع اعظم وترزاویهٔ اعظم میشود وضلع اصغر وترزاویهٔ اصغر بشکل له منه *

مسئلهٔ هفتم مجموع دو ضلع هر مثلث اعظم از ضلع ثالث می شود بشکل ک منه *

مسئلهٔ هشتم هرگاه برخطي دو عمود قائم شوند و هر دو طرف هر دو عمود را بخطي وصل نمایند هر چهار زوایا قائمه خواهد شد به قضیهٔ ثالث بشکل لح منه *

مسئلهٔ نهم در هر سطح ذو اربعة اضلاع قائم الزوایا ضلعین متقابلین متساوي خواهد بود به قضیهٔ رابع بشکل لح منه *

مسئلهٔ دهم اضلاع متقابلین از سطوح متوازي الاضلاع متساوي میباشد بشکل لد منه *

مسئلهٔ یازدهم هر دو سطح متوازي الاضلاع که بر قاعدهٔ واحد في جهة واحد درمیان دو خط متوازي باشد متساوي خواهد بود بشکل له منه وهذه صورته * (شکل ۷۴)

مسئلهٔ دوازدهم هر سطح متوازي الاضلاع و مثلث که بر قاعدهٔ واحد في جهة واحد مابین دو خط متوازي باشد آن سطح ضعف مثلث خواهد بود بشکل ما منه وهذه صورته * (شکل ۷۵)

مسئلهٔ سیزدهم در هر مثلث قائم الزاویه مربع وتر مساوي مربعین ضلعین خواهد بود بشکل مز منه و این مسمی بشکل عروس است *

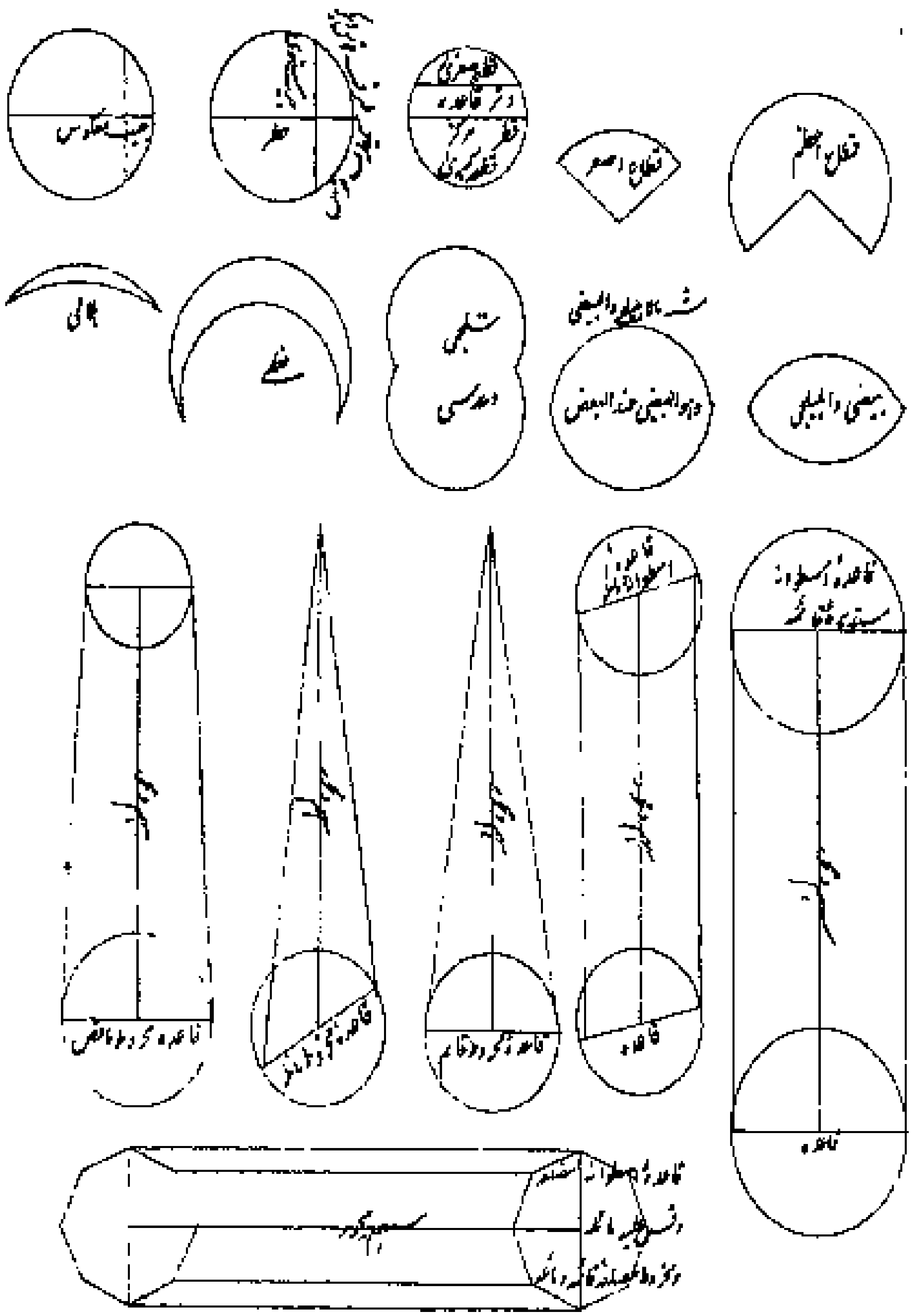
مسئلهٔ چهاردهم مسطح یک خط در خط آخر مساوي مجموع مسطحات آن خط در اقسام خط آخر است بشکل ا من ب *

مسئلهٔ پانزدهم مسطح خط در جمیع اقسام خودش مساوي مربع اوست بشکل ب من ب *

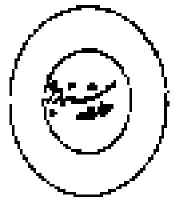
مسئلهٔ شانزدهم مسطح خط در یکي از دو قسم خودش مساوي مجموع مربع آن قسم و مسطح آن قسم در قسم آخر است بشکل ج من ب *

مسئلهٔ هفدهم هر خط را که تنصیف کند و بر او خط دیگر علی الاستقامت بیفزاید پس مجموع مسطح آن خط مع الزیادة در زیادت مع مربع النصف مساوي مربع نصف مع الزیاده است بشکل و من ب *

مسئلهٔ هجدهم چهار امثال مسطح خط في احد قسمیه مع مربع قسم آخر مساوي مربع خط است که بر آن بقدر قسم اول زیاده کرده باشد بشکل ح من ب *

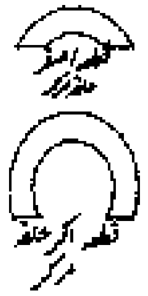

جیب معکوس
قطر
قطاع اصغر
قطاع اعظم
هلالی
قاعده

شکل ۶۸ صفحه ۱۹۶

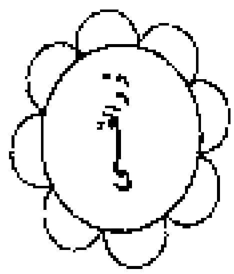


شکل ۶۹ صفحه ۱۹۶

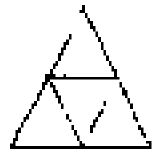
شکل ۷۰ صفحه ۸



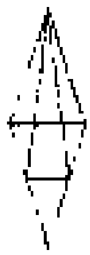
شکل ۷۱ صفحه ۱۹۸



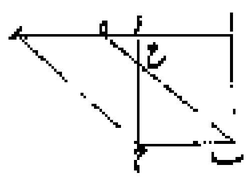
شکل ۷۲ صفحه ۱۹۸



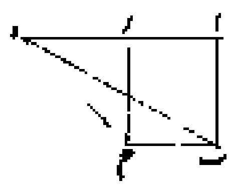
شکل ۷۳ صفحه



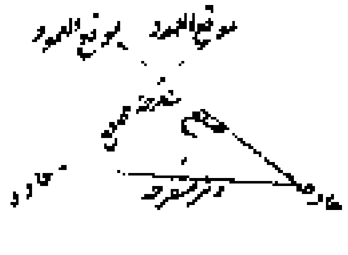
شکل ۷۴ صفحه ۲۰۱



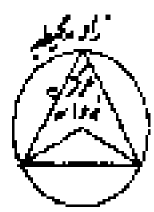
شکل ۷۵ صفحه ۲۰۱



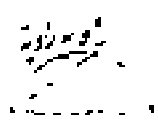
شکل ۷۶ صفحه ۲



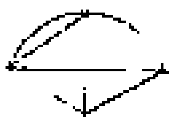
شکل ۷۷ صفحه ۲۰۲



شکل ۷۸ صفحه ۲۰۲



شکل ۷۹ صفحه



وهرگاه بآن مقدار عمود بر نقطهٔ مقسم بکشند مرکز دائره حاصل شود فافهم هذه صورته (شکل ۸۱)
باید دانست که درینصورت در مثلث شش مثلث قائم الزاویه حادث میشوند که سه از ان مساوی سه آخر اند و احدالساقین آنها عمود مرکزی است و ساق آخر احد من قسمین ضلع است وازین متفرع میشود که مثلث اول مساوی سه مستطیل است که یکی از ضلع او عمود ودویم قسمی از قسمین متساویین ضلعین متجا ورین است بلکه مساوی یک مستطیل است که یک ضلع او عمود مرکزی و ضلع دویم او نصف مجموع اضلاع مثلث است ونیز اگر بخواهند که علی المثلث دائره بکشند دو ضلع متجاورین را تنصیف نموده از هر دو نقطه منصف دو عمود خارج کند وهرجا که آن عمود ملاقی شوند مرکز دائره خواهد بود پس بعد خط واصل من المرکز واحد الزاویه مثلث دائره بکشند وهوالمطلوب من شکل ه من ه چنانچه در قواعد استخراج قطر کره مذکور کرده شده است *

مسئلهٔ سی ام هر دو سطح متوازی الاضلاع خواه دو مثلث که متساوی الارتفاع باشد پس نسبت یکی بطرف دیگری مثل نسبت قاعدهٔ هر دو خواهد بود و باید دانست که ارتفاع عبارت است از عمودیکه بالای قاعده از زاویهٔ راس المثلث کشیده شود شکل آ من و *

مسئلهٔ سی و یکم هر دو مثلث که متشابهة الاضلاع باشد اعنی نسبت یک ضلع مثلث بطرف دیگر ضلع او مثل نسبت یک ضلع مثلث دویم بطرف دیگر ضلع او باشد پس نسبت مثلث بطرف مثلث مثل نسبت ضلع او بطرف ضلع مثلث آخر که نظیر اوست خواهد بود مثاله مثلا یک مثلث است که یک ضلع او ۳ وضلع دیگر ۴ وضلع سیومی ۵ ومثلث دویم است که یک ضلع او ۶ وضلع دیگر ۸ وضلع سیومی ۱۰ واین متشابهة الاضلاع است پس نسبت مثلث اول بطرف ثانی مثل نسبت ضلع او بطرف ضلع مثلث دویم که نظیر اوست میباشد است وچون نسبت یک ضلع بطرف ضلع مثلث آخر نسبت نصف است لهذا نسبت مثلث اول بطرف مثلث ثانی نسبت نصف نصف است شکل یح من و *

مسئلهٔ سی ودویم جمیع سطوح کثیرالاضلاع که متشابه باشد اعنی متشابهة الاضلاع بوند منقسم بمثلثات متساوی العدة میشوند ونسبت یک سطح بطرف سطح دیگر مثل نسبت ضلع هر دو که نظیرین باشند خواهد بود مثاله بشکل ط من و *

و بالحساب بموجب مسئلهٔ بست و هفتم مربع نصف و تررا بر سهم قسمت کند خارج قسمت مع سهم قطر دائره خواهد بود پس آنرا تنصیف سازند که موقع مرکزها حاصل شود اعني خطي مستقیم مقدار نصف قطر از منصف قوس بحیثیکه و تررا بزاویهٔ قائمه تقاطع نماید بکشند مرکز حاصل خواهد شد ونیز اگر مجموع مربع نصف وتر و مربع سهم را بر سهم قسمت کند خارج مقدار قطر خواهد برآمد *

مسئلهٔ بست و پنجم در یک دائره یا در دائرتین متساویتین هرگاه دو وتر دو قوس متساوي باشد آن هردو قوس هم متساوي خواهد بود بشکل کز من ج *

مسئلهٔ بست و ششم در هر قطعه که نصف دائره باشد زاویهٔ محیطیهٔ قائمه و در قطعهٔ اعظم از نصف زاویهٔ حاده خواهد افتاد و اگر قطعهٔ اصغر از نصف بود زاویهٔ منفرجه خواهد افتاد بشکل ل من ج *

مسئلهٔ بست و هفتم هرگاه در یک دائره دو وتر باهم متقاطع شوند خواه یکي از ان قطر باشد یا نباشد پس هردو وتر منقسم بدو قسم خواهد شد و مسطح قسمین هر وتر مساوي مسطح قسمین وتر آخر خواهد بود بشکل لد من ج *

مسئلهٔ بست و هشتم هرگاه دو خط از یک نقطه که خارج از دائره باشد بطرف دائره بکشند بنهجیکه یکي از ان دائره را تماس کند و دیگري قطع نماید پس مسطح جمیع قاطع در مقداریکه خارج از دائره است مساوي مربع خط مماس خواهد بود بهد صورته بشکل له من ج (شکل ۸۰) مسطح اج في ه ا مساوي مربع ا ب است *

مسئلهٔ بست و نهم اگر خواهند در مثلث دائره بکشند بحیثیکه هرسه اضلاع مثلث مماس دائره شوند پس هرسه زاویه را تنصیف نمایند و هرجاکه آن خطوط منصف ملاقي شوند مرکز دائره خواهد بود بشکل د من د واین صحیح میگویند که هر اضلاع مثلث را دو قسم نماید بحیثیکه یک قسم یک ضلع مساوي یک قسم ضلعیکه مجاور او ست باشد و هردو قسم محیط یک زاویهٔ مثلث باشد و بعد ازان بر هر نقطهٔ مقسم هر ضلع عمود خارج سازند پس نقطهٔ ملاقي عمودها مرکز است و نیز بالحساب فصل نصف مجموع اضلاع بر هر یک ضلع بگیرند و آن تفاضلات را باهم ضرب سازند اعني اول را در دوم و حاصل را در سیوم و حاصل ضرب را بر نصف مجموع قسمت نماید که جذر خارج قسمت مقدار نصف قطر دائره محاط خواهد بود

دویم در جمیع مثلثات احد الاضلاع را قاعده فرض کرده وفضل بین مجموع مربعین قاعده واحد الساقین وبین مربع ساق آخر را بر ضعف قاعده قسمت سازند خواه نصف فضل را بر قاعده قسمت سازند که خارج مقدار ما بین ساق اول وموقع العمود است خارج باشد یا داخل طریق سیوم در جمیع مثلثات فضل نصف مجموع اضلاع علی احد الساقین را در فضل الساقین علی القاعده ضرب کرده حاصل را بر قاعده قسمت کند وفضل بین الخارج وساق اول بگیرند که آن مقدار ما بین الساق وموقع العمود است پس اگر قاعده ضلع اطول باشد وساق اطول از خارج بود موقع العمود داخل مثلث خواهد بود واگر ساق اقصر از خارج باشد موقع العمود خارج از مثلث خواهد افتاد واگر قاعده احد الاقصرین وساق مساوی خارج بود یا فضل ساق علی القاعده مساوی خارج بود پس اقصر الساقین عمود خواهد بود طریق چهارم که مختص بمثلث قائم الزاویه است ضلعین اقصرین را در یک دیگر ضرب ساخته حاصل را بر ضلع اطول که قاعده است قسمت کنند خارج عمود باشد واگر مربع یکی از دو ضلع اقصر را بر قاعده قسمت سازند خارج مقدار ما وقع بین ذلک الضلع و موقع العمود خواهد بود طریق پنجم که مخصوص مثلث حاد الزوایا متساوی الاضلاع است جذر سه ربع مربع احد الاضلاع مقدار عمود است طریق ششم مخصوص مثلث متساوی الساقین ومتساوی الاضلاع است مربع نصف قاعده را از مربع احد الساقین ساقط کنند وجذر باقی بگیرند که عمود است طریق هفتم هرگاه مقدار زوایای مثلث معلوم باشد پس جیب زاویه را در احد الضلعین المحیطین او ضرب کرده حاصل را بر شصت قسمت کند خارج مقدار عمودی است که بر ضلع آخر واقع شود ونیز باید دانست که مقدار عمودیکه از زاویهٔ قائمه برون تر واقع شود بقدر جیب زاویتین آخرین خواهد بود وطریق استخراج جیب زاویه و مقدار زاویه در مسئلهٔ چهلم مذکور خواهد شد باید دانست که در مثلث قائم الزاویه عمودیکه از زاویهٔ قائمه برون ترکشیده شود داخل مثلث خواهد افتاد وهمچنین در منفرجة الزاویه وعمود از دیگر زوایا خارج مثلث خواهد بود ودر حاد الزوایا هرسه عمود داخل مثلث خواهد بود ونیز باید دانست که هر مثلث بسبب اخراج عمود منقسم بدو مثلث قائم الزاویه می شود تحقیقا هرگاه عمود داخل مثلث باشد وحکما هرگاه عمود خارج باشد چراکه اگر عمود خارج مثلث افتد یک مثلث قائم الزاویه اعظم حادث خواهد شد که منقسم بدو مثلث شده یکی ازان قائم الزاویهٔ اصغر

مسئلهٔ سی وسیوم جمیع سطوح متوازی الاضلاع که برقطر یک سطح متوازی الاضلاع واقع شوند بایک دیگر متشابه خواهند بود ونیز متشابه به سطح اعظم خواهند بشکل الم من و *

مسئلهٔ سی وچهارم اگرخواهم که برنقطهٔ معروضه از خط معروضه زاویه مثل زاویهٔ مفروضه درست کنم برد وخط محیط زاویهٔ معروضه دو نقطه فرض کرده آن هردونقطه رابا هم وصل کنم تامثلث پیدا شود وبرنقطهٔ معروضه ازخط معروضه مثلثی مثل آن مثلث سازم پس زاویه که برنقطهٔ معروضه حادث خواهد شد مثل زاویهٔ معروضه خواهد بود بشکل الم من آ *

مسئلهٔ سی وپنجم اگرخواهد که برضلعی از اضلاع مثلث عمود از نقطهٔ زاویه که آن ضلع وتر اوست بکشد پس اگرو تر مذکور قاعدهٔ مثلث متساوی الساقین است یامتساوی الاضلاع نقطهٔ منصف القاعده موقع عمود خواهد بود واگرمثلث مختلف الاضلاع پس اگرضلع اطول را قاعده فرض کرده وبرنقطهٔ زاویه قوسی ببعد احد الضلعین بلکه ببعد ضلع اقصر بکشد تاوتررا که قاعده است برد ونقطه قطع کند خواه آن هردونقطه داخل مثلث باشد خواه یکی داخل ویکی خارج وخط مابین النقطتین راتنصیف سازند که نقطهٔ منصف موقع العمود خواهد بود ونیز اگر ببعد نصف احد الضلعین قوس بکشد نقطهٔ تقاطع قاعده موقع العمود خواهد بود وهرگاه اززاویه برموقع العمود عمود بکشد مثلث قائم الزاویه حادث خواهد شد که وتر آن ضلعی ازمثلث باشد پس اگرخواهد که مقدار عمود بداند مربع مابین موقع العمود وضلع را ازمربع ضلع ساقط نمایند جذر باقی مقدار عمود است وهذا بالعمل وبالحساب طریق ها ست طریق اول مجموع الساقین رادر تفاضل بینهما ضرب کرده حاصل الضرب رابرقاعده قسمت سازند پس خارج اگرمساوی قاعده باشد اقصر الاضلاع عمود برقاعده خواهد بود واگرخارج اقل ازقاعده یااعظم باشد پس نصف تفاضل بین القاعده والخارج مقدار ما وقع بین اقصر الساقین وموقع العمود است خواه داخل مثلث باشد درصورتیکه خارج اقل ازقاعده بود خواه خارج مثلث درصورتیکه خارج اکثر ازقاعده باشد وبدانکه این قاعده سوای مثلث متساوی الاضلاع ومساوی الساقین درهر مثلث مختلف الاضلاع جاری میشود واگرچه صاحب خلاصة الحساب تخصیص نکرده است طریق

---

۴ در بعضی نسخ این کتاب بشکل الم من وو دربعضی بشکل لم من وو واقع است وحال آنکه این مسئله مطلب شکل کب من و است

قطر ساقط گردانند باقي مقدار سهم قوس است اگر قوس اصغر از نصف دائره باشد وباقي مذکور را برنصف قطر بیفزایند که مجموع مقدار سهم قوس اعظم من النصف خواهد بود و برهانه ماخوذ من شکل ز من ب و بمسئلهٔ بست و هفتم کتاب هذا و یظهر بالتأمل *

مسئلهٔ سي و هشتم در دانستن وتر از قوس و محیط باید که مقدار قوس را از محیط ساقط نموده باقي را در مقدار همان قوس ضرب سازند و مضروب اول نام نهند و آنرا از حاصل الضرب ربع مربع محیط در پنج نقصان کند و باقي را بمضروب ثاني موسوم نمایند و باز مضروب اول را در چهار ضرب نموده و حاصل را در قطر ضرب ساخته بر مضروب ثاني قسمت کنند خارج مقدار وتر قوس خواهد بود و باید دانست که چون نسبت قطر بطرف دائره و نسبت وتر بطرف قوس نسبت صمي است لهذا در ضرب و قسمت اگر کسر زائد از نصف افتد آنرا بمنزلهٔ صحیح بگیرند و اگر کمتر از نصف باشد آنرا بگذارند و ساقط کنند چرا که استخراج وتر از قوس و محیط تقریبي میشود نه تحقیقي چنانکه استخراج قطر از محیط و محیط از قطر تقریبي است نه تحقیقي و این قاعده را صاحب لیلاوتي و صاحب دستور الحساب بیان نموده است و این تحقیق طریقیکه صاحب مجسطي مذکور ساخته انشاء الله تعالی درین مقدمه بیان خواهد نمود و باید دانست که چون اهل تنجیم قطر را یکصد و بست درجه و محیط را سه صد و شصت درجه فرض مي کنند لاکن در درجات قطریه و محیطیه تفاوت مي باشد لهذا اوتار باجزاء قطریه و اقواس باجزاء محیطیه خواهد بود پس اگر اوتار را هم باجزاء محیطیه بگیرند اربعهٔ متناسبه نماید چنانچه در مطلب سادس حساب اهل تنجیم گفته شد *

مسئلهٔ سي و نهم در استخراج قطر از محیط و محیط از قطر بدانکه نسبت محیط بطرف قطر

و بالعکس هیچ کس نمي داند الا او سبحانه تعالی و هو علی کل شيء محیط علما و احصی کل شيء عددا ارشمیدس بیان نموده که محیط دائره زیاده از سه امثال قطر است باقل از سبع و اکثر از ده جزء من احد و سبعین جزء و جمهور آنرا سبع قرار داده اند و صاحب مفتاح گوید که اگر قطر واحد یعني یک درجه باشد محیط سه درجه و هشت دقیقه و بست و نه ثانیه و چهل و چهار ثالثه خواهد بود و رابعه و غیره را طرح نموده یعني ساقط کرده بسبب دشواري عمل و تحقیق مؤلف این رساله دو سه دائره از پرگار نقطي که مخصوص براي تقسیم خطوط باقسام متساوي است براي امتحان

که باخراج عمود حادث شده ودویم مثلث مطلوبهٔ اول ودرینصورت مثلث اول درحکم قائم الزاویه شد که یک ساق آن عمود وساق دویم آن قسمی از قاعده که داخل مثلث است باشد چراکه مساحت هردو مساوي مي شود وبرهان آن باندک تامل ظاهراست *

فائده باید دانست که درمثلث متساوي الاضلاع ومتساوي الساقین نصف القاعده موقع العمود میباشد

فائدهٔ دیگر هرگاه موقع العمود معلوم شد پس باید دانست که چون ازعمود زاویهٔ قائمه بالای موقع العمود حادث می شود درینصورت هرگاه از مربع وتر آن زاویهٔ قائمه مربع ضلع که موقع العمود است ساقط سازند باقي مربع عمود خواهد بود *

مسئلهٔ سي وششم دراستخراج عمود ذوزنقه وذوزنقتین بدانکه درذوزنقه هرگاه یک ضلع بردوضلع متوازي عمود می باشد پس عمودیکه اززاویهٔ منفرجه بالای اطول متوازي بکشد متوازي ومتساوي عمود اول خواهد بود بدینصورت * (شکل ٨١)

وذوزنقتین ازدوحال بیرون نیست خواه هردو زنقه متساوي باشد یا مختلف واگر مختلف باشد نیز یا هرسر زنقه که عبارت ازجانب زاویهٔ منفرجه است بیکطرف باشد یا مختلف پس اگرذوزنقتین متساوبین است ضرورهٔ راس هردو زنقه بیک جانب خواهد بود وموقع العمودین که اززاویتین منفرجتین خارج شوند برخط متوازي اطول خواهد افتاد ومثلثین قائم الزاویتین که ازاخراج عمودین حادث خواهد شد متساویین خواهد بود واحد الاضلاع آن هردو مثلث مساوي بقدرنصف تفاضل مابین خطین متوازیین خواهد شد بدینصورت * (شکل ٨٢)

درینصورت هرگاه مربع نصف تفاضل متوازیین را ازمربع احدالزنقتین ساقط کنند جذرباقي عمود خواهد بود ودرمختلف الزنقتین باید که نصف تفاضل مربعین زنقتین را برتفاضل متوازیین قسمت کند وخارج قسمت رایک مرتبه برنصف تفاضل متوازیین بیفزاید که مقدارمابین موقع العمود وزنقهٔ اعظم حاصل شود ویک مرتبه نقصان کند که مقدارمابین موقع العمود وزنقهٔ اصغر حاصل شود وهرگاه مربع مقدارحاصل مابین اعظم را ازمربع زنقهٔ اعظم خواه مربع مقدارحاصل مابین اصغررا ازمربع زنقهٔ اصغر ساقط کند جذرباقي مقدارعمود خواهد بود *

مسئلهٔ سي وهفتم دراستخراج سهم قوس ازوتروقطرمعلومین هرگاه مقداروترقوس وقطر دائره معلوم باشد پس مربع نصف وتررا ازمربع نصف قطرساقط کند وجذرباقي را هرگاه ازنصف

مقدار ضلع مخمس است چراکه بموجب مسئلهٔ هفتم مقدمهٔ هذا مسطح ح ز در زه معه مربع ه ا مساوي مربع زه بلکه مربع ب ه بلکه مساوي مربع ه و ب ه است بشکل عروس وهرگاه قدر مشترک اعني مربع ه ا از هردو ساقط شد پس ح ز در زه مساوي مربع ب ه اعني ه ح ماند پس خط ح ز منقسم علی نسبت ذات الوسط والطرفین شد بموجب شکل هفدهم مقالهٔ ششم و چون بشکل یازدهم مقالهٔ سیزدهم ثابت است که وتر قوس مسدس مساوي نصف قطر می باشد پس ه ز بموجب شکل دوازدهم مقالهٔ مذکور وتر معشر شد و ب ه که قوي آن هردو است ضلع مخمس شد بشکل سیزدهم مقالهٔ مذکور دریصورت مجموع مربع نصف قطر اعني ب ه و مربع ربع قطر اعني ه ا مساوي مربع ب ه بلکه مربع ه ز است وهرگاه از جذر مجموع اعني ه ز بقدر ربع قطر اعني ه ا ساقط کند باقي مقدار ه ز که ضلع معشر است خواهد ماند وهرگاه جذر مجموع مربع ه ز اعني مربع ضلع معشر و مربع ب ه اعني مربع نصف قطر نگیرند مقدار ب ز که ضلع مخمس است حاصل خواهد شد وچون ب ح را وصل کند وتر قوس ربع دائره میشود وآن مساوي جذر ضعف مربع نصف قطر است بشکل عروس وچون سه ربع مربع نصف قطر مساوي مربع ضلع مثلث می باشد بشکل یازدهم مقالهٔ مذکوره دریصورت جذر آن ضلع مثلث باشد * وهذه صورته

(شکل ۸۳)

ونیز چون در نصف هر دائره زاویهٔ محیطیه قائمه واقع میشود دریصورت هرگاه مربع وتر قوسي که کمتر از نصف باشد از مربع قطر ساقط کند جذر باقي مقدار وتر قوس باقي خواهد بود مثلا اگر مربع ضلع معشر را از مربع قطر ساقط کند باقي مربع وتر قوس چهار معشر دائره خواهد بود *
وهذه صورته

(شکل ۸۴)

واگر وتر دو قوس مختلف الوتر معلوم باشد وخواهد که وتر فصل قوسین بداند چون در هر ذوات اربعة اضلاع که در دائره واقع میشود مجموع مسطح ضلعین متقابلین او در ضلعین متقابلین مساوي مسطح قطرین ذوات اربعة اضلاع میشود وهرگاه وتر قوسي که کمتر از نصف دائره بود معلوم باشد وتر قوس باقي از نصف هم معلوم خواهد بود چنانکه بالا گفته شد وچون در نصف دائره از وتر بین قوسین معلومین وتر قوسین متممین آنها تا نصف را استخراج کند یک ذوات اربعة اضلاع حادث میشود که یک ضلع او قطر دائره و ضلع دیگر وتر قوس اصغر و ضلع سیوم وتر

کشیده محیط دائره گاهی زیاده از سه مثل و یک سبع میشود و گاهی سه مثل و کم از سبع میشود احتمال است که بسبب تغییر و عدم مساعدت آلات در کشیدن دائره انحراف و انصا تفاوت شده باشد یا بسبب تباین نوعی درمیان قطر و محیط تفاوت در تعیین نسبت واقع میشود و الله اعلم بالصواب و ازین مقام ظاهر میشود که مصالحت دوائر و دیگر اشکال مستدیر الخطوط که منحصر بر نسبت قطر و محیط است تقریبی خواهد بود نه تحقیقی و صاحب لیلاوتی و دستور الحساب نسبت قطر و محیط را مثل نسبت یک هزار و دویست و پنجاه با سه هزار و نهصد و بست و هفت استنباط نموده و آنرا تحقیقی گفته است و آن قریب بلکه مطابق صاحب مفتاح میشود پس هرگاه محیط را برسه صحیح و یکسبع قسمت کنند خارج قطر خواهد بود و اگر قطر را در سه صحیح و یک سبع ضرب سازند حاصل محیط خواهد شد خواه محیط را در یک هزار و دویست و پنجاه ضرب نموده بر سه هزار و نهصد و بست و هفت قسمت کند خارج قطر خواهد بود و اگر قطر را در سه هزار و نهصد و بست و هفت ضرب ساخته بر یک هزار و دویست و پنجاه قسمت نماید خارج محیط خواهد شد*

مسئلهٔ چهلم در استخراج وتر و جیب قوسها از قطر بطریق صاحب مجسطی چنانکه در مسئلهٔ سی و هشتم مقدمهٔ هذا و عدهٔ بیان آن نموده شده و در آن دو گفتار است*

گفتار اول در استخراج وتر از قطر

باید دانست که قطر هر دائره قوی اوتار جمیع قوسهای دائره است اعنی جمیع اوتار در قطر بالقوه موجود اند ولهذا هیچ وتر از قطر زیاده نمیشود در بصورت از ضلع معشر و مخمس ابتدا کرده اعنی طریق استخراج وتر قوس معشر و مخمس اول بیان میکنم که هرگاه نصف دائره ا ب ج بکشند و بر مرکز که ه است عمود قایم کنند لا محاله تنصیف قوس نصف دائره بنقطهٔ ب خواهد شد و هرگاه نصف قطر را بر نقطهٔ ه تنصیف نموده از منصف قوس نصف دائره که نقطهٔ ب است وصل کند و ه ر را از قطر مثل ب ه نشان کند و ب ر را هم وصل نماید پس ه ر مقدار ضلع معشر و ب ر

باید دانست که تحقیق نزد اهل فرنگ آن است که اگر قطر دائره یک صد باشد محیط سه صد و بست و چهار صحیح و کسری خواهد بود و این ضعیف که امتحان نموده بر قطر دائره چهل و هشت بود و محیط یکصد و پنجاه و پنج صحیح و کسری برآمده و آن مساوی سه امثال و یک ربع قطر است تقریبا

مساوی مسطح الوسطین میشود فافهم بدینصورت　　(شکل ۸۷)

و نیز چون هر وتر که در دائره فرض کنند فصل مشترک درمیان دو قوس میشود که یکی اعظم من النصف است و دیگر اصغر من النصف و هرگاه وتر نصف قوس اصغر من النصف استخراج شد وتر نصف قوس اعظم من النصف هم بسهولیت خارج می شود چرا که اگر از نقطهٔ منصف قوس اصغر قطر دائره خارج کنند هر آئینه منتهي بر نقطهٔ منصف قوس اعظم خواهد بود پس وتر نصف قوس اعظم متمم نصف قوس اصغر شد و باین طریق وتر قوسهای نصف النصف و غیره لک استخراج میتوان کرد چنانچه ازین شکل ظاهر است　　(شکل ۸۸)

و اگر بخواهد که وتر مجموع دو قوس معلوم الوتر بدانند پس باید که بطوریکه در استخراج وتر فضل قوسین که یکي اعظم من النصف باشد بعمل آرند و اگرچه صاحب مجسطي طریق دیگر بیان فرموده لاکن برای تسهیل همان کافي است اعني متمم هر دو قوس از نصف دائره استخراج نمایند پس گویا یک ذوار بعة اضلاع حادث میشود که جمیع اضلاع او معلوم اند و احد القطرین او که قطر دائره است نیز معلوم است درینصورت مجموع مسطح وتر متمم یک قوس در وتر قوس آخر و مسطح وتر متمم قوس آخر در وتر قوس اول را بر قطر دائره قسمت نماید که خارج وتر مجموع قوسین خواهد بود بدینصورت　　(شکل ۸۹)

و ازین طریق استخراج جمیع اوتار قوسهای که باخودها نسبت اضعاف و انصاف دارند میتوان برآورد الا وتر ثلث قوس معلوم نمیتواند شد لهذا بطلیموس برای دریافت آن حیله برانگیخته و تر تقریبي برآورده و چون بیان آن از واجبات است لهذا میگویم که نسبت وتر قوس اطول سوی وتر قوس اصغر اصغر است از نسبت قوسین این وتربن چنانکه ازین شکل ظاهر میشود　　(شکل ۹۰)

مثلا دائرهٔ ا ب ج د فرض کردم و قوس ج ب اطول است از قوس ب ا و هرگاه وصل کردم ا ب و ب ج و ا ج را و تنصیف نمودم زاویهٔ ا ب ج را بخط ب د و وصل کردم ا د و ج د را و خط ب د که تقاطع کرده است و تر ا ج را بر نقطهٔ ه و بر مرکز ه دائرهٔ دیگر رسم کردم ببعد ه ا پس لا محاله این دایره خط ا ه را تقاطع خواهد کرد بر نقطهٔ ح و هرگاه از نقطهٔ ه عمود ه ر بر خط ا ج برآرم ضرورة دایرهٔ ح ا ز ر متجاوز امي بیرون خواهد بود چرا که ه ، که وتر زاویهٔ قائمه است اعظم است از

فضل قوس اعظم علی الاصغر و ضلع چهارم وتر تمام نصف دائره از قوس اعظم واحد القطرین آن وتر قوس اعظم و دیگری وتر تمام نصف دائره از قوس اصغر می باشد و هذه صورته (شکل ۸۵)

در بصورت اگر مسطح وتر تمام نصف دائره از قوس اصغر را در وتر قوس اعظم ضرب نموده از حاصل که فی الحقیقة مسطح قطرین ذوار بعة اضلاع است مسطح وتر قوس تمام نصف دائره از قوس اعظم فی وتر قوس اصغر را که مسطح ضلعین متقابلین است ساقط کند و باقی را بر قطر دائره قسمت کند خارج وتر فضل قوسین خواهد بود و همچنین اگر قوس اعظم من النصف باشد پس از قطر دائره وتر باقی تا نصف دائره از هر یک قوس حاصل نموده متقابلین را باهم ضرب سازند و مجموع حاصل الضرب را بر قطر قسمت نمایند که خارج مقدار وتر فصل قوسین خواهد بود هذه صورته (شکل ۸۶)

مثلا اگر گوییم که ا ج وتر قوس اعظم است یعنی ا ب ج و ا ب وتر قوس اصغر است پس ب د و ج د نیز معلوم خواهد شد و هرگاه مجموع مسطح ج د فی ا ب و مسطح ب د فی ا ج را بر ا د که قطر دائره است قسمت نماید خارج ج ب که مطلوب است خواهد بود و نیز اگر بخواهد وتر نصف قوس معلوم الوتر که کمتر از نصف دائره باشد بداند باید که اول فضل قطر بر وتر تمام آن قوس تا نصف دائره حاصل سازند و قطر را در نصف فضل ضرب نموده جذر حاصل الضرب بگیرند که آن مقدار وتر نصف قوس مذکور است چرا که هرگاه ا ب ج نصف دائره بر قطر ا ج مرتسم کرده شود و قوس ب ج معلوم الوتر باشد و آن را بر نقطه د تنصیف نماید و وصل کند ا ب و ا د و ا ه و ب ج و د ج و از ا ج که قطر است بقدر ا ب که وتر تمام قوس است جدا سازد بنقطه ه و د ه و ب د را وصل نماید پس هر دو مثلث ا ب د و ا ه د متساوی خواهد بود چرا که ضلع ا ب و ا ه مساوی است و ا د مشترک و زاویه د ا ب و د ا ه مساوی پس ضرورة ضلعین مساوی اند و د ه مساوی د ب بلکه مساوی د ج است و مثلث د ه ج متساوی الساقین است و هرگاه از زاویه د بر ه ج که قاعده مثلث است عمود خارج کند بنقطه ز پس ز ج نصف ه ج خواهد بود بلکه نصف فضل ا ج بر ا ه یعنی ا ب است و چون در مثلث ا د ج زاویه د قائمه است و در مثلث د ز ج زاویه ز قائمه است و زاویه ج در هر دو مثلث مشترک پس هر دو مثلث متشابه شدند و نسبت ا ج که وتر زاویه قائمه است بطرف ج د که ضلع اصغر است مثل نسبت ج د که وتر زاویه قائمه است بطرف ز ج که ضلع اصغر است خواهد بود و مسطح الطرفین

یک و نیم درجه هم یک درجه و دو دقیقه و پنجاه ثانیه است تقریبا پس وتر قوس یک درجه از یک درجه و دو دقیقه و پنجاه ثانیه بوجه اول کم و بوجه ثانی زائد برآمد دانستم که مقدار تفاوت قلیل است چراکه هر دو تقریبا گرفته بودیم پس وتر یک درجه را اب ح قرار دادم و از آن او تار دیگر اقواس برآوردم و این مطابق قول صاحب مجسطی است و چون مقدار وتر از جیب میتوان برآورد چنانکه در گفتار دویم مذکور میشود انشاءالله تعالی لهذا جدول او تار علیحده نوشتن ضرور نیست *

گفتار دویم در استخراج جیوب و سهام قوسهای و جیب زاویه و در آن سه بیان است *

بیان اول در جیوب بدانکه جیب مستوی قوس عبارت است از نصف وتر ضعف قوس چنانکه بالا مذکور شد و نیز تعریف جیب بعبارت دیگر هم کرده اند که آن عمودی است که از یک طرف قوس خارج شود بر قطر دائره که از طرف دیگر آن قوس خارج شده باشد دریصورت ضرورة جیب هر قوس زیاده از نصف قطر نخواهد شد چنانکه وتر زیاده از قطر نمیشود و نیز مقداریکه مابین موقع العمود و مرکز دائره باشد مساوی جیب تمام القوس است از ربع دائره اعنی جیب قوسی است که متمم آن قوس از ربع دائره است مثلا قوسی که سدس دائره است هرگاه از یک طرف آن قوس عمود بر قطریکه از طرف دیگر آن قوس خارج شده باشد استخراج نمایند آن عمود جیب قوس سدس دائره است و مقداریکه مابین موقع العمود و مرکز دائره است مقدار جیب قوس نصف سدس است که متمم آن قوس تا ربع دائره باشد چنانکه ازین شکل ظاهر میشود (شکل ۹۱)

اعنی قوس اب که اقل از ربع دائره است جیب آن عمود ب ء است که بر قطر خارج از ا واقع شده دس ء که مقدار مابین موقع العمود و مرکز دائره است مساوی ب ر که جیب ب ح قوس متمم تا ربع دائره است خواهد شد چراکه شکل مستطیل حادث گردیده و همه زوایا قائمه اند پس باید دانست که برای نصف دائره جیب نمی باشد و جیب قوس ثلث دائره و سدس دائره مساوی میباشد زیراکه مجموع ثلث و سدس نصف میشود چنانکه ازین شکل ظاهر میشود (شکل ۹۲)

مثلا اب ثلث دائره است پس ب ح سدس خواهد بود و ب ء جیب اب و نیز جیب ب ح است و نیز چون معلوم است که وتر ب ح قوس سدس دائره است مساوی نصف قطر می باشد و ب ر بر نصف قطر است و زاویه ء قائمه دریصورت ر ء و ء ح مساوی خواهد بود و هر یکی ربع قطر

ه ر و همچنین ا ه اعظم است از ه ه پس خط ه ر را وصل کنم بنقطهٔ ط و گویم که نسبت وتر ج ب بطرف وتر ب ا مثل نسبت ج که بطرف ه ا است چه خط منصف زاویه وتر آن زاویه را منقسم می سازد علی نسبت ضلعین بشکل نهم مقالهٔ سادس اوقلیدس در یصورت ه ج اطول از ه ا خواهد بود ولامحاله عمود ه ر مابین ه ج خواهد بود چرا که مثلث ا ه ج متساوی الساقین است از جهت تساوی زاویهٔ ا ب ه و ه ب ج که از روی تنصیف حادث شده پس از عمود ه ر تنصیف وتر ا ج وتنصیف زاویهٔ ا ه ج لازم آمد وقطاع ه ه ط اعظم است از مثلث ه ر وقطاع ه ه ح اصغر است از مثلث ه ه ا و میگویم که نسبت مثلث ر ه ه بطرف مثلث ه ه ا اصغر است از نسبت قطاع ط ه ه بطرف قطاع ه ه ح واین ظاهر است چرا که بالفرض اگر ر ه ه چهار باشد و ط ه ه پنج و ه ه ح شش و ه ه ا هشت پس نسبت چهار بطرف هشت اصغر است از نسبت پنج بطرف شش و چون نسبت ر ه ه بطرف ه ه ا مثل نسبت ر ه بطرف ه ا است ونسبت قطاع ط ه ه بطرف قطاع ه ه ح مثل نسبت زاویهٔ ط ه ه بطرف زاویهٔ ه ه ح است پس هرگاه ترکیب نسبت کنم گویم نسبت ر ا سوی ه ا اصغر است از نسبت زاویهٔ ط ه ح سوی زاویهٔ ه ه ا و هرگاه تضعیف مقدمین سازم نسبت ج ا که ضعف ر ا است سوی ه ا اصغر خواهد بود از نسبت زاویهٔ ج ه ا که ضعف زاویهٔ ط ه ح است بسوی زاویهٔ ه ه ا و هرگاه فضل نسبت بگیرم پس نسبت ج ه که فضل ا ج برا ه است سوی ه ا یعنی ب ه اعنی نسبت وتر قوس ج ب بسوی وتر ب ا اصغر است از نسبت زاویهٔ ج ه ب سوی زاویهٔ ب ه ا یعنی نسبت قوس ج ب سوی قوس ب ا چرا که مقدار زاویهٔ قوس است که وتر او وتر زاویه باشد وهو المطلوب و هرگاه این مقدمه ثابت شد پس گویم که چون وتر قوس سه ربع درجه از روی استخراج اوتار انصاف اقواس معلوم کردم وخواهم که وتر یک درجه معلوم کنم گویم که نسبت وتر یک درجهٔ قوس بطرف وتر سه ربع درجهٔ قوس از نسبت قوسین اصغر است و چون نسبت قوسین نسبت یک مثل و یک ثلث است پس وتر یک درجهٔ قوس از وتر سه درجهٔ قوس کمتر از یک مثل و یک ثلث خواهد بود و هرگاه وتر سه ربع را یک مثل و یک ثلث گرفتم یک درجه و دو دقیقه و بنجاه ثانیه شد تقریبا و همچنین چون از وتر قوس یک ونیم درجهٔ و وتر قوس یک درجه را نسبت دهم گویم که وتر قوس یک ونیم درجه از وتر قوس یک درجه اصغر است از نسبت قوسین ونسبت قوسین یک مثل و یک نصف است پس وتر قوس یک درجه از دو ثلث وتر یک ونیم درجه زائد خواهد بود و ثلث وتر قوس

قطر که ره است ساقط کنند باقي مقدار ط که جیب نصف عشر بلکه نصف وتر عشر است خواهد بود وهرگاه جذر مجموع مربع ه ط که جیب نصف عشر است ومربع ه ح که ربع قطر است بگیرند حاصل مقدار ح ط که جیب عشر بلکه نصف وتر خمس است خواهد بود واگر بخواهند جیب مجموع قوسین معلوم الجیبین یا جیب فضل قوسین معلوم الجیبین بدانند باید که از مربع نصف قطر مربع احد الجیبین را ساقط کنند وجذر باقي را در جیب آخر ضرب نموده باز همچنین از مربع نصف قطر مربع جیب آخر را ساقط نموده جذر باقي را در جیب اول ضرب نمایند و مجموع حاصل هردو ضرب را بر نصف قطر قسمت نمایند که خارج مقدار جیب مطلوب بود و برهان ازین دو شکل ظاهر میشود　(شکل ۹۵)

مثلاً خواهم که جیب مجموع قوس ح ا و ا ب بدانم پس ار که جیب ح ا و معلوم است و ا د جیب ا ب معلوم وهرگاه خطوط هردو جیب را خارج کردم بطرف ط و ح و ط ح را وصل کردم پس قوس ا ط ضعف ا ح است و ا ح ضعف ا ب در ینصورت قوس ط ح ا ب ح ضعف قوس ح ا ب است وچون مثلث ا ر ه و مثلث ا ط ح متشابه اند وخط ر ه منصف هر دو ضلع ا ط و ا ح است پس خط ر ه نصف خط ط ح که قاعدهٔ مثلث اعظم است خواهد بود وخط ط ح وتر قوس ط ح ا ب ح است پس ر ه که نصف آن است جیب قوس ح ا ب خواهد بود　(شکل ۹۶)

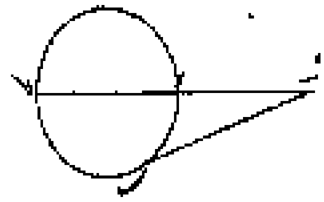
مثلاً خواستم که جیب قوس فضل ا ح علی ا ب بدانم پس گویم که قوس ا ط ضعف ا ح است و قوس ا ح ضعف ا ب و هرگاه از قوس ا ح ط قوس ا ح را ساقط کردم باقي قوس ح ط ضعف ب ح ماند که آن فضل ا ح علی ا ب است و خط ر ه نصف خط ط ح است چنانکه در شکل اول مذکور شد پس خط ر ه مقدار جیب ب ح است وچون در هر دو شکل ا ر ه د و اربعة اصلاع واقع شده و زاویهٔ ر و زاویهٔ د که متقابلین اند قائمه اند و وتر آن که قطر ذو اربعة اصلاع است نصف قطر دائره واقع شده واگر نقطهٔ نصف وتر مذکور را مرکز فرض نموده دائره کشیده شود پس ذو اربعة اصلاع مذکور در میان دائرهٔ خورد خواهد افتاد درینصورت مسطح ضلعین متقابلین مساوي مسطح قطرین ذو اربعة اصلاع مذکور خواهد بود وچون احد الاضلاع او جیب معلوم است و ضلع مقابل او ضلع مثلث قائم الزاویه است که وتر آن نصف قطر دائرهٔ اعظم واقع شده پس هرگاه از مربع نصف قطر دائره مربع احد الجیبین را ساقط نموده جذر باقي بگیرند مقدار ضلع مقابل

است پس بشکل عروس هرگاه مربع ربع قطر از مربع نصف قطر که وتر زاویهٔ قائمه است ساقط کنند باقی سه ربع مربع نصف قطر میماند چرا که مربع هر شي برابر چهار مربع نصف آن شي میشود و ربع نصف النصف است پس قدر سه ربع مربع قطر مقدار جیب ثلث دائره و سدس دائره خواهد بود و ازین بیان واضح شد که جیب قوسی که زائد علی الربع است مساوي جیب قوس که متمم اولی نصف دور باشد خواهد بود و برای همین جیب قوسها که کمتر از ربع دائره است استخراج می کند که جیب قوسهای زائد علی الربع بلکه زائد علی النصف هم از آن معلوم توان کرد و بلکه تعریف جیب که نصف الوتر ضعف القوس است میگویند هم بدین لحاظ است و جیب ربع دائره نصف قطر می باشد و جیب قوس ثمن دائره جذر نصف مربع نصف قطر است چنانکه ازین شکل ظاهر میشود (شکل ۹۳)

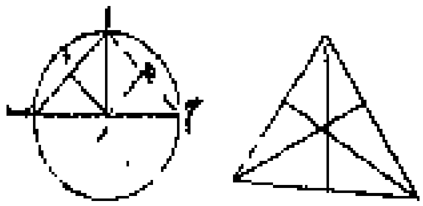
چه اه ثمن دور است و همچنین اب ثمن دور است و اح جیب اه است و ار جیب ب ا پس اح و حه هر دو مساوي اند زیرا که زاویهٔ ح و زاویهٔ ر قائمه و همچنین زاویهٔ هب و زاویهٔ ح ار قائمه است در بصورت شکل عروس مربع اه که نصف قطر دائره است مساوي دو مربع اح که جیب ثمن دور است خواهد بود پس اح که جیب ثمن دور است جذر نصف مربع نصف قطر گردید و جیب عشر دائره نصف وتر خمس است و جیب نصف سدس دائره ربع قطر است و جیب نصف عشر نصف وتر عشر است واوتار عشر و خمس اگرچه معلوم شده اند لاکن طریق دیگر هم معرفت جیب عشر و نصف عشر معلوم توان کرد چنانکه ازین شکل ظاهر میگردد (شکل ۹۴)

اعني اب ح نصف دائره است و ب ه عمود بر مرکز و ه ح منصف بر و ز ه منصف بر ر و ب ه منصف بر ح پس هرگاه ح ر را وصل کردم و رط مثل رح نمودم و طح را هم وصل کردم پس خط ه ط بر نقطهٔ ط منقسوم علی نسبت ذات وسط و طرفین است و قسم اطول اعني ه ه نصف وتر سدس اعني ربع قطر است و ه ط قسم اصغر نصف وتر عشر اعني جیب نصف عشر و ح ط نصف وتر خمس اعني جیب عشر است زیرا که فی الحقیقة شکل اول گفتار اول که در بیان اوتار خمس دائره و عشر دائره مذکور گردیده در بنجا از روی تنصیف است پس میگویم که چون رط مساوي ح ر است و مربع ح ر مساوي مجموع مربع ح ه که ربع قطر و مربع ر ه که ثمن قطر است میشود بشکل عروس پس هرگاه جذر مجموع مربع ربع قطر و ثمن قطر بگیرند مقدار رط حاصل خواهد شد و چون از آن ثمن

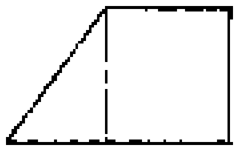
شکل ۸۰ صفحه ۲۰۳



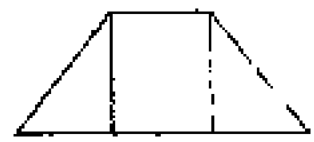
شکل ۸۱ صفحه ۲۰۴



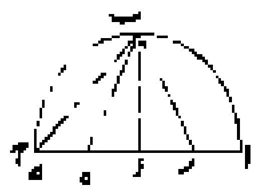
شکل ۸۱ صفحه



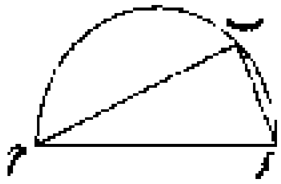
شکل ۸۲ صفحه ۲۰۷



شکل ۸۳ صفحه ۲۱۰

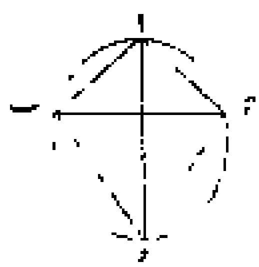


شکل ۸۴ صفحه

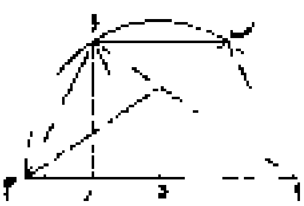


شکل ۸۵ صفحه ۲۱۱

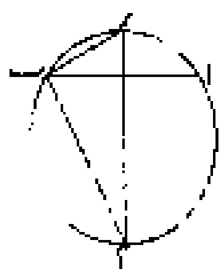
شکل ۸۶ صفحه ۲۱۱



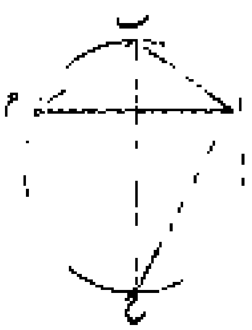
شکل ۸۷ صفحه



شکل ۸۸ صفحه ۲۱۲



شکل ۸۹ صفحه ۲۱۲



شکل ۹۰ صفحه

سازند چه جیب قوس نصف وتر ضعف آن قوس است و نیز از جیوب انصاف اقواس مقدار اوتار حاصل نمایند و ما مقدار جیوب اقواس را در جدولی برای تسهیل ثبت نمودیم و هرگاه در اقواس کسر زائد از نصف خواه کمتر از نصف واقع شود اولا جیب قوس را مقابل درجات ونصف در صورت اول وصرف مقابل درجات در صورت ثانی بگیرند و بعد از آن دقائق باقی را در سطر تفاضل که در جدول مرقوم است ضرب نموده تحت آن منحطا بیک مرتبه نویسند وهمچنین اگر ثوانی هم باشد آنرا در سطر تفاضل ضرب ساخته تحت حاصل الضرب دقائق نگارند منحطا بیک مرتبه وجمع سازند که جیب قوس مطلوب معلوم شود واگر بخواهند که از جیب مقدار قوس معلوم کنند پس جیب اگر در جدول الجیب مرقوم است قوس آن بداجزاء مرقوم خواهد بود واگر جیب در جدول یافته نشود پس در جدول طلب کنند اکثر الجیوب که نقصان او از جیب معلوم ممکن باشد پس قوس آنراکه در جدول مرقوم است بگیرند که آن درجات قوس مطلوبه است وهرچه بعد اسقاط اکثر الجیوب از جیب معلوم باقی ماند آنرا بر تفاضل مابین سطرین که مقابل اکثر الجیب مذکور در جدول مرقوم است قسمت کنند که خارج قسمت دقائق قوس وثوانی وغیره قوس مطلوبه خواهد بود واگر وتر مطلوب باشد نیز همچنین عمل نمایند وباید دانست که چون جیوب جدولی از قطر یکصد وبست استخراج کرده شده است لهذا اگر مقدار قطر متفاوت باشد اربعهٔ متناسبه نموده عمل میتوان کرد *

* بیان دویم در سهام *

بدانکه سهم عبارت است از عمودیکه از منتصف قوس بر وتر کشند وآنرا جیب معکوس نیز خوانند وبعضی گویند که آن جیب معکوس وسهم برای آن وتر است واکثری برآنند که آن سهم وجیب معکوس نصف آن قوس است وبرین تقدیر تعریف جیب معکوس وسهم بدینطریق نیز میتواند شد که آن قطعهٔ از قطر است که از طرفی از آن قوس بر جیب مستوی عمود باشد ولهذا گفته اند که جیب مستوی وجیب معکوس ربع دائره مساوی می باشد پس هرگاه جیب تمام هر قوسی تا ربع دائره اگر آن قوس کمتر از ربع باشد از نصف قطر نقصان کنند باقی جیب معکوس وسهم آن قوس خواهد بود واگر آن قوس از ربع دائره زیاده باشد پس جیب فضل او را که بر ربع دائره است بر نصف قطر بیفزایند که مجموع مقدار سهم وجیب معکوس آنقوس خواهد بود *

جیب آخر خواهد برآمد و هرگاه آن را در جیب آخر ضرب نموده بر نصف قطر مذکور که احد القطرین ذوار بعة اضلاع است قسمت سازند خارج مقدار قطر آخر ذو اربعة اضلاع مذکور که مقدار جیب مطلوب است خواهد بود و ازین طریق جیب قوس فضل عشر علی نصف سدس را که قوس شش درجه بلکه سدس عشر است معلوم توان کرد و اگر بخواهند که جیب نصف قوس معلومة الجیب بدانند پس مربع جیب معلومه را از مربع نصف قطر ساقط کرده جذر باقی را که مقدار ما بین موقع الجیب و مرکز که فی الحقیقة جیب تمام آن تا نصف ربع است از نصف قطر ساقط سازند باقی مقدار جیب معکوس که ضلع دویم مثلث قائم الزاویه که از جیب و وتر قوس حادث میشود خواهد بود و وتر قوس وتر آن مثلث است پس هرگاه جذر مجموع مربع جیب و مربع باقی قطر که جیب معکوس است بگیرند مقدار وتر قوس معلومة الجیب خواهد بود و نصف آن جیب نصف قوس معلومة الجیب است و برهان آن از شکلی که اول درین مقدمه مذکور است باد نی تأمل ظاهر میشود و نیز اگر جیب معکوس را در قطر ضرب نموده جذر حاصل را تنصیف سازند و خواه نصف جیب معکوس را در نصف قطر ضرب ساخته جذر آن بگیرند مقدار جیب نصف قوس معلومة الجیب خواهد بود و برهان این ازین شکل ظاهر میشود (شکل ۹۷)

چه هرگاه قوس اب قوس معلومة الجیب و جیب آن اه و وتر آن اب است و ج منصف قوس و ج ر عمود بر اب واقع شده پس هرگاه از نقطهٔ ر عمود رح بر نصف قطر ب ه کشیدیم مثلث ب ر ه و ب ر ح متشابه و جزء و کل حادث شدند و چون از شکل اولی این مسئله مقدار ه که جیب تمام قوس تا ربع دائره است معلوم است پس ه ب نیز معلوم شد و چون ب ح نصف ب ه است نیز معلوم باشد چرا که مثلث ب اه و ب رح نیز متشابه اند و ب ر نصف ب ا است پس گویم نسبت ب ح ضلع اصغر بطرف ب ر و وتر از مثلث اصغر مثل نسبت ب ر ضلع اصغر بطرف ب ه و وتر از مثلث اعظم است چون ب ه که نصف قطر است و ب ح که نصف ب ه است معلوم باشد پس جذر مسطح الطرفین بگیرند که مقدار ب ر حاصل شود و ازین طریق جیب سه درجه قوس از جیب شش درجه قوس معلوم شود و ازان جیب یک و نیم درجهٔ قوس و ازان جیب سه ربع درجهٔ قوس معلوم گردد و بعد ازان بطوریکه وتر یک درجهٔ قوس برآورده شد جیب یک درجهٔ قوس استخراج کرده شود و علی هذا جیوب باقی اقواس استخراج گردد و نیز اگر بخواهند از اوتار اضعاف اقواس جیوب آنها حاصل

متساوي مي باشد كما ثبت في مقالة اولى من الاصول و هرگاه عمود ال بر خط ب م بر آوردیم گويیم كه مثلث ال ح و ه ر م متشابه است چراكه زاويهٔ ل و زاويهٔ ر قائمتين اند و هر دو زاويهٔ م متقابلتين نيز متساوي اند پس زاويهٔ آ و زاويهٔ ه نيز متساوي خواهد بود پس هر دو مثلث متشابه اند و همچنين مثلث ال ب و ط ک ب نيز متشابهين اند پس نسبت ال ضلع اطول مثلث ال ب بسوي ط ک ضلع اطول مثلث ط ک ب مثل نسبت ا ب و تر بسوي ط ب و تر است بحكم شكل چهارم مقالهٔ سادسهٔ اصول و همچنين نسبت ال بسوي ه ر مثل نسبت ا م بسوي ه م است و چون خطوط ب ط و ب ح و م ح و م ه مساوي اند پس دو صنف چهار ركني حاصل شود بدينصـــــــورت

نسبة ه ر	الى ال	نسبة ال	الى ط ک
كنسبة ه م	الى ا م	كنسبة ا ب	الى ه ح

اعني نسبت اول و ثاني صنف اول مانند اول و ثاني صنف ثاني و نسبت ثالث و رابع صنف دويم است و هرگاه مكررين را كه ال و ه م است از هر دو صنف ساقط نمودم هر دو صنف سه ركني باقيماند بدينصورت

ه ر	ال	ط ک
ا ب	ح ه	ا م

اعني نسبت ه ر بسوي ال مثل نسبت ه ح بطرف ا م است و نسبت ا ب بطرف ه م مثل نسبت ال بطرف ط ک است و بمساوات نسبت مضطربه نسبت ه ر جيب زاويهٔ م بسوي ط ک جيب زاويهٔ ب مثل نسبت ا ب وتر زاويهٔ م بسوي ا م وتر زاويهٔ ب است و هو المطلوب پس هرگاه مقدار عمود ال را در ه م كه نصف قطر است اعني شصت درجه ضرب كرده بر ا م كه ضلع مثلث است قسمت كنم خارج مقدار ط ک كه جيب زاويه است خواهد برآمد و از جيب زاويه مقدار قسيكه همان مقدار زاويه است معلوم توان كرد *

فائده بدانكه از بيان مرقوم الصدر ظاهر است كه ازين شكل مقدار زاويه منكوبها مركزنه معلوم ميشود در نصورت هر ضلع مثلث نصف قطر دائره نتواند شد چراكه نقطهٔ هر سه زاويه مركز سه دائرهٔ مفروضه است و هرگاه نخواهد كه هر سه زاويه را محيطيه فرض كند مقدار هر زاويه را تضعيف سازند و بايد دانست كه در مثلث قائم الزاويه اگر دو ضلع معلوم باشد ضلع سيوم هم معلوم تواند شد بشكل عروس و اگر يک ضلع و يک زاويه سواى قائمه معلوم باشد ضلعين باقيين و زاويهٔ باقي نيز معلوم ميشود چراكه مقدار زاويهٔ قائمه معلوم است پس هرگاه مقدار دو زاويه معلوم شد يكي قائمه و ديگري غير قائمه پس مقدار زاويهٔ سيوم هم بالضرور معلوم شود كه آن تمام اين هر دو زاويه الى قائمتين است و چون وتر يک زاويه معلوم گرديده وتر ديگر

* بیان سیوم در استخراج جیب زاویه و مقدار زاویه *

بدانکه هر شکل ذوزوایا منقسم بمثلثات میتواند شد و نیز ممکن است که بالای هر مثلث دائره کشیده شود که مماس هر سه زوایا باشد پس مقدار زاویه قوسی است که وتر آن قوس وتر آن زاویه بود و جیب زاویه جیب همان قوس است که مقدار زاویه باشد و این زوایا را زوایای محیطیه گویند و چون سابق بیان کرده شد که در نصف دائره زاویهٔ محیطیه قائمه می افتد امتی قطر هر دائره همیشه وتر زاویهٔ قائمه می باشد پس مقدار قائمهٔ محیطیه قوس نصف دائره که یکصد و هشتاد درجه است خواهد بود و برای آن جیب نیست و مجموع زوایای مثلث برابر قائمتین می باشد پس دائرهٔ که بر مثلث کشیده شود مقسوم سه صد و شصت درجه که مقدار هر سه زاوایای مثلث است خواهد بود ابداً پس هرگاه مقدار اقواس موتر زوایا معلوم گردد مقدار زوایا نیز معلوم شود که بعینه همان است و نیز نسبت آن زوایا بعضها سوی بعض معلوم گردد که همان نسبت اقواس است بعضها بسوی بعض و نیز نسبت اضلاع مثلث که اوتار آن قوسها اند معلوم شود و چون از اصول بیان کرده شده است که زاویهٔ مرکزیه ضعف زاویهٔ محیطیه است عند التساوی قوس پس قوس زاویهٔ محیطیه ضعف قوس زاویهٔ مرکزیه خواهد بود عند تساوی زوایا چراکه بحکم شکل سی و سیوم مقالهٔ سادسهٔ اصول ثابت است که قوس اعظم موتر زاویهٔ اعظم میشود و قوس اصغر موتر زاویهٔ اصغر پس مقدار زاویهٔ قائمهٔ مرکزیه نود درجه خواهد بود و جیب آن نصف قطر باشد درینصورت مقدار مجموع زوایای مثلث صد کوبها مرکزیة بقدر یکصد و هشتاد درجه خواهد بود و هرگاه این مقدمه گفته شد میگویم که نسبت اوتار زوایا بعضها سوی بعض مثل نسبت جیوب آنهاست مذکور الزاویة مرکزیة چنانکه ازین شکل ظاهر میشود (شکل ۹۸)

مثلاً گویم که نسبت اب ضلع مثلث سوی اج ضلع دیگر مثل نسبت جیب زاویهٔ ج است سوی جیب زاویهٔ ب زیرا که هرگاه اضلاع محیط بزاویتین مذکورتین را اخراج کنم و ج ه و ج ء و ب ح و ب ط هر چهار را متساوی فرض نمایم و بر مرکز ب و بر مرکز ج دو قوس . . و ح ط بهمان ابعاد فرض رسم کنم و نیز دو عمود ه ز و طک بر خط مستقیم ء ح بر آرم پس این هر دو عمود دو جیب هر دو زاویهٔ ج و ب خواهد بود چراکه زاویتین متقابلتین که بتقاطع خطین مستقیمین حادث میشود

رابیفزایند وجذر آن بگیرند که ضلع مجهول خارج شود مثلاً در مثلث مذکور اگر زاویهٔ ب وضلع اب و ب ج معلوم باشد وده را که مقدار ضلع اب است در جیب زاویه که مح درجه است منحطا ضرب نمودم حاصل ۴۸۰ دقیقه شد وآن هشت درجه است وباز ده را در جیب تمام آن که لو درجه است منحطا ضرب کردم ۳۶۰ دقیقه وآن شش درجه است وچون معلوم بود که زاویهٔ ب حاده است حاصل ثانی از ضلع ب ج که بست ویک است ساقط کردم باقی پانزده ماند ومربع ان ۲۲۵) است پس مربع حاصل اول راکه ۶۴) است بر آن افزودم ۲۸۹ گردید جذر آن گرفتم ۱۷ برآمد وآن مقدار ضلع مجهول است وهمچنین اگر دو ضلع ویک زاویه که غیر زاویه مابین ضلعین مذکورین است معلوم باشد وباقی مجهول پس جیب زاویهٔ معلومه را در ضلعیکه محیط زاویهٔ مذکور مع ضلع مجهول است ضرب سازند وحاصل را بر ضلع آخر که موتر آن زاویه است قسمت نمایند پس خارج مقدار جیب زاویه که موتر آن ضلع مجهول است خواهد برآمد پس قوس آنرا که مقدار زاویهٔ مذکور است ومقدار زاویهٔ معلومه افزوده مجموع را از سه صد وشصت ساقط نمایند که باقی مقدار زاویهٔ ثالث خواهد بود پس هرگاه مقدار هر سه زاویه ودو ضلع معلوم شد ضلع ثالث هم به سهولیت میتوان برآورد اعنی جیب زاویهٔ ثالث را در احد الضلعین المعلومین ضرب نموده حاصل را بر جیب زاویه که موتر آن ضلع مذکور است قسمت نمایند که خارج مقدار ضلع مجهول باشد مثلاً در مثلث مذکور زاویهٔ ب وضلع اب وضلع اج معلوم باشد پس مح درجه را در ده که مقدار ضلع اب است ضرب نموده ۴۸۰ را بر هفده که مقدار ضلع اج) است قسمت نمودم خارج الج بدرثانیه شد وقوس آن الج ء الب ثانیه مقدار زاویهٔ ج) است آنرا بر زاویهٔ ب که مح درمط بود افزودم تامب نا گردید آنرا از یک صد وهشتاد درجه ساقط کردم باقی صح درمط ثانیه ماند وآن زاویهٔ آ باشد وجیب آن لط برنط ثانیه آنرا در ضلع اب که ده است ضرب کردم حاصل صرب ط ب نول ثانیه شد آنرا بر جیب زاویهٔ ج که الج بد رثانیه است قسمت نمودم خارج بست ویک شد وآن ضلع ب ج مطلوب است وبباید دانست که چون در استخراج جیوب وضرب وقسمت آن اکثر کسور راکه اقل از نصف باشد ترک گذاشت می کنند واگر زاید از نصف باشد آنرا کامل میگیرند لهذا فی الجمله تفاوت خواهد افتاد باید که محاسب آنرا ملحوظ داشته عمل نماید تا تفاوت کثیر در عمل واقع نشود *

زوایا هم معلوم شود بطریق اربعهٔ متناسبه کما لا یخفی علی الفطن و اگر صرف زاویهٔ قائمه و یک زاویهٔ دیگر معلوم باشد و هیچ ضلع مثلث معلوم نبود صرف مقدار زاویهٔ باقیه و نسبت اضلاع معلوم خواهد شد و مقدار اضلاع معلوم نتواند گردید و در مثلثات منفرجة الزاویه و حادة الزاویه باستخراج عمود چنانکه مذکور شد مقدار جمیع زوایا معلوم تواند کرد فافهم و هرگاه این مقدمات دانسته شد گوییم اگر مقدار زاویه معلوم باشد جیب زاویهٔ وتریه را در احد الضلعین محیطین زاویه ضرب نموده حاصل را بر شصت که مقدار نصف قطر است قسمت نماید که خارج مقدار عمودیکه بر ضلع آخر که قاعده است واقع شود خواهد برآمد مثلاً مثلثی که یک ضلع او ده و ضلع دویم هفده و ضلع سیوم بست و یک است بدینصورت (شکل ۹۹)

پس اگر مقدار زاویه اب ج مثلاً معلوم باشد که مح رمط ثانیه است و جیب آن مح درجه است مح را در ضلع اب که ده است ضرب کردم و حاصل که ۴۸۰ بود بر شصت قسمت کردم خارج هشت مقدار عمود گردید و اگر مقدار عمود معلوم باشد و مقدار زاویه معلوم نبود پس عمود را در شصت ضرب کرده بر احد الضلعین محیطین برأس العمود قسمت سازد که خارج مقدار جیب زاویه که از احاطهٔ آن ضلع و قاعده حادث میشود خواهد بود و هرگاه قوس آنرا از جدول جیب حاصل سازد مقدار زاویهٔ مذکور خواهد بود مثلاً در مثال مذکور اگر مقدار عمود که هشت است معلوم باشد و بخواهیم که مقدار زاویهٔ ب بدانیم پس هشت را در شصت ضرب کرده ۴۸۰ را بر ده که ضلع محیط زاویه است قسمت نمودم خارج مح درجه گردید و قوس آنرا از جدول جیب گرفتم مح رمط ثانیه برآمد و همچنین اگر یک ضلع و دو زاویه معلوم باشد و دو ضلع و یک زاویه معلوم نبود پس مقدار هر دو زاویه را از یکصد و هشتاد ساقط کند که باقی مقدار زاویهٔ ثالث است و هرگاه ضلع معلوم را در جیب زاویه که بطرفی از آن ضلع معلوم واقع شده است ضرب نموده بر جیب زاویه که آن ضلع وتر اوست قسمت نماید خارج ضلع موتر زاویهٔ اولی خواهد بود و همچنین اگر دو ضلع و یک زاویه که در میان آن هر دو ضلع است معلوم باشد و باقی مجهول بود احد الضلعین را در جیب آن زاویه یک مرتبه محفوظاً ضرب نماید و یک مرتبه در جیب تمام آن تا ربع دائره محفوظاً ضرب نماید و حاصل اول را از ضلع آخر ساقط کند اگر زاویهٔ حاده بود و بر ضلع آخر بیفزاید اگر زاویهٔ منفرجه باشد و مجموع را مربع ساخته مربع حاصل اول

جدول

قوس باجزاء المحیطه	جیب باجزاء قطریه: درجه	دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه	تفاضل جیبین: دقیقه	ثانیه	ثالثه
٠ ل	٠	لا	کد	نه	ند	لا	کد	ی
ا ٠	ا	ب	مط	و	یا	لا	کد	ر
ا ل	ا	لد	مد	کح	نه	لا	کد	ا
ب ٠	ب	ه	لح	ر	لط	لا	کج	لط
ب ل	ب	لر	ا	مو	لو	لا	کب	مو
ج ٠	ج	ح	لد	لد	د	لا	کا	ند
ج ل	ج	لط	مو	لط	ز	لا	کر	ند
د ٠	د	یا	ر	لح	ن	لا	کو	مط
د ل	د	مب	لر	یط	کح	لا	کج	مح
ه ٠	ه	یح	مه	لح	الو	لا	ر	ب
ه ل	ه	مه	ب	م	نر	لا	یه	لر
و ٠	ه	لو	یح	ح	نر	لا	کح	مدا
و ل	و	مر	لا	کح	لط	لا	یا	کح
ز ٠	ر	کح	یح	مو	عا	لا	یط	نب
ز ل	ز	سط	یح	لط	ار	لا	ر	مح
ح ٠	ح	لا	ا	لح	لح	لا	ه	الو
ح ل	ح	ن	و	مط	نح	ا	ح	ب
ط ٠	ط	لو	ط	حد	م	لا	ی	لو
ط ل	ط	ند	ی	لو	نح	ل	ر	مح
ی ٠	ی	لد	ح	د	لح	ل	ه	ب

مقدار جیب بعبارت

سی و یک دقیقه بیست و چهار ثانیه پنجاه و پنج ثالثه پنجاه و چهار رابعه
یک درجه دو دقیقه چهل و نه ثانیه شش ثالثه یازده رابعه
یک درجه سی و چهار دقیقه چهارده ثانیه سیزده ثالثه یازده رابعه
دو درجه پنج دقیقه سی و هشت ثانیه هفده ثالثه بیست و نه رابعه
دو درجه سی و هفت دقیقه یک ثانیه چهل و هفت ثالثه شانزده رابعه
سه درجه هشت دقیقه بیست و چهار ثانیه سی و چهار ثالثه
سه درجه سی و نه دقیقه چهل و شش ثانیه بیست و نه ثالثه چهار رابعه
چهار درجه یازده دقیقه هفت ثانیه بیست و سه ثالثه پنجاه و چهار رابعه
چهار درجه چهل و دو دقیقه بیست و هفت ثانیه نه ثالثه پنجاه و سه رابعه
پنج درجه سیزده دقیقه چهل و پنج ثانیه سی و هشت ثالثه بیست و شش رابعه
پنج درجه چهل و پنج دقیقه دو ثانیه چهل ثالثه پنجاه و هفت رابعه
شش درجه شانزده دقیقه هجده ثانیه هشت ثالثه پنجاه و سه رابعه
شش درجه چهل و هفت دقیقه سی و یک ثانیه پنجاه و یک ثالثه سی و نه رابعه
هفت درجه هجده دقیقه چهل و سه ثانیه چهل و شش ثالثه چهل و یک رابعه
هفت درجه چهل و نه دقیقه پنجاه و سه ثانیه سی و نه ثالثه بیست و هفت رابعه
هشت درجه بیست و یک دقیقه یک ثانیه بیست و سه ثالثه بیست و سه رابعه
هشت درجه پنجاه و دو دقیقه شش ثانیه چهل و نه ثالثه پنجاه و هفت رابعه
نه درجه بیست و سه دقیقه نه ثانیه پنجاه ثالثه چهل رابعه
نه درجه پنجاه و چهار دقیقه ده ثانیه شانزده ثالثه پنجاه و هشت رابعه
ده درجه بیست و پنج دقیقه هشت ثانیه بیست و سه رابعه

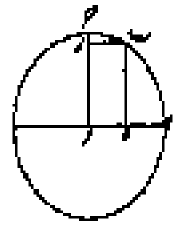
و بحساب مشهور سه و یک سبع است ضرب سازند و حاصل را در مقدار قوس که با جزاء محیطیه سه صد و شصت حاصل شده است ضرب نموده بر یکصد و بست که مقدار قطریه است قسمت سازند خارج مقدار قوس مطلوبه با جزاء قطریهٔ معلومه خواهد بود و نیز اگر نصف وتر که جیب نصف قوس مطلوبه است گرفته بهمین طریق عمل نمایند مطلوب حاصل میشود مثلاً اگر گویم که نصف قطر معلوم دوازده ذرعه و نصف وتر معلوم و لج است اعنی شش ذرعه و سی و هشت شصتم ذرعه است پس مقدار محیط قطر بست و چهار ذرعه و مقدار وتر سیزده ذرعه و شانزده شصتم شد و هرگاه مو را که مقدار وتر است در یکصد و بست درجه که ب مرفوع مرة است ضرب کرده و حاصل را که لولب درجه است بر لد که مقدار قطر معلوم است قسمت نمودم خارج او مه ثانیه شد که مقدار وتر با جزاء یکصد و بست است و قوس آن از جدول اوتار (او مد دقیقه باشد با جزاء محیطیه پس بطریق خود محیط دائرهٔ معلومه را که بحساب مشهور ؟ و بحساب صاحب مفتاح اله لم لو ثالثه اعنی هفتاد و پنج ذرعه و بست و چهار شصتم تقریباً است در مقدار قوس حاصله که او مد دقیقه است ضرب کردم حاصل الم یا لد الا مه یو خامسه شد آنرا بر سه صد و شصت درجه که و مرفوع مرة است قسمت نمودم خارج مح نج له مم لیح لز سادسه گردید و آن مقدار قوس مطلوبه با جزاء قطر معلومه است اعنی سیزده ذرعه و پنجاه و نه شصتم تقریباً و نیز اگر ولج را که نصف وتر معلوم المقدار است در شصت ضرب کرده بر دوازده که نصف قطر معلوم المقدار است قسمت کردم خارج لج ـ شد و آن مقدار جیب نصف قوس مطلوبه است و قوس آن از جدول جیوب لج الـ و آن نصف قوس مطلوبه است با جزاء محیطیه که سه صد و شصت باشد و هرگاه بطریق مشهور حصهٔ بست و یکم را که اله ک باشد بر آن بیفزائیم لد نرک میشود و آن مقدار نصف قوس مذکور با جزاء قطریه است که یکصد و بست باشد و بحساب صاحب مفتاح اگر ثالث لج الـ را که نارکـ ثانیه است در نسبت قطر الی المحیط که م ح لط مد ثالثه است ضرب کردم حاصل لد نو لط الـ ثالثه شد و آن مقدار نصف قوس مذکور با جزاء قطریه مذکور است و هرگاه آنرا در مقدار نصف قطر معلوم که بـ است ضرب کردم و بر شصت قسمت نمودم بطریق مشهور و نط لیم ثانیه مقدار نصف قوس با جزاء قطریهٔ معلومه گردید و بحساب صاحب مفتاح و نط لو نـ ثالثه بر آمد و نیز اگر نصف قطر معلوم را که بـ است در سه و یک سبع ضرب کردم حاصل

فائده اگر مقدار هر سه زوایای مثلث معلوم باشد و مقدار هیچ یک ضلع معلوم نبود پس هرگز مقدار ضلع معلوم نتواند شد الا اینکه احد الاضلاع را بمقدار معین فرض کند و باقی اضلاع را از آن استخراج نماید *

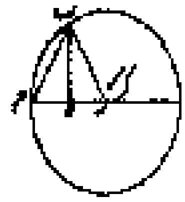
فائده چون جمیع اشکال ذوات اضلاع منقسم بمثلثات میتواند شد درینصورت هرگاه مقدار زاویه و مقدار ضلعین محیطین زاویه معلوم باشد پس مقدار خط واصل بین ضلعین که وتر آن زاویه و ضلع ثالث مثلث است نیز معلوم می تواند گردید * (جدول ۱۰۰)

مسئلهٔ چهل و یکم در معرفت قوس از محیط دائره و مقدار وتر و طریقش اینست که قطر را در چهار ضرب ساخته با مقدار وتر جمع نماید و محفوظ دارند و باز مجذور محیط را در پنج ضرب نموده و حاصل را در ربع وتر ضرب ساخته بر محفوظ قسمت سازند و خارج قسمت را از ربع مجذور محیط نقصان کند و جذر باقی را از نصف محیط بکاهند باقی مقدار قوس بود و باید دانست که این قاعده را صاحب دستور الحساب بیان نموده لاکن این ضعیف را درین شک است چراکه نسبت قوس و وتر عمومی است اگر از جدول اوتار یا جیوب مقدار قسی حاصل سازند مستحسن است و طریقش اینست که مقدار وتر معلوم را در یک صد و بست ضرب کرده بر مقدار قطر معلوم قسمت سازند که خارج مقدار وتر باجزاء قطریه که عدد المجمعین یک صد و بست درجه است خواهد بود و هرگاه قوس آن از جدول اوتار بگیرند مقدار قوس حاصله باجزاء محیطیه که عدد هم سه صد و شصت است خواهد گردید پس طریق مؤلف اینست که محیط دائره معلوم القدر را در مقدار قوس حاصله ضرب ساخته بر سه صد و شصت قسمت نماید که خارج مقدار قوس مطلوبه باجزاء محیطیهٔ معلومه خواهد بود و طریق دانستن محیط از قطر معلومه در مسئلهٔ سی و نهم مذکور شده و طریقیکه در استخراج قوس از وتر و قطر مشهور است اینست که ثلث سبع قوس اعنی حصه بست و یکم قوس حاصله بر مقدار قوس حاصله بیفزایند خواه ثلث قوس مذکور را در نسبت محیط الی القطر که موجب حساب صاحب مفتاح ج ح الطمد دالیه است ضرب سازند که حاصل مقدار قوس مذکور باجزاء قطریه که یکصد و بست است خواهد بود و هرگاه آنرا در مقدار نصف قطر معلومه ضرب سازند و حاصل را بر شصت قسمت کند خارج مقدار قوس مطلوبه باجزاء قطریهٔ معلومه خواهد بود و نیز اگر نصف قطر معلوم را در نسبت محیط الی القطر که بحساب صاحب مفتاح ج ح لطمد ثالثه است

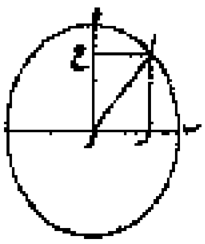
شکل ۹۱ صفحه ۱۹۸



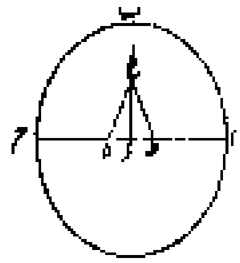
شکل ۹۲ صفحه ۲۱۳



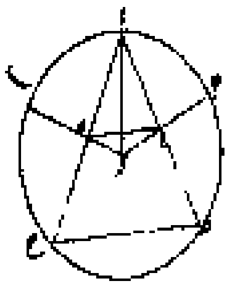
شکل ۹۳ صفحه ۱۵



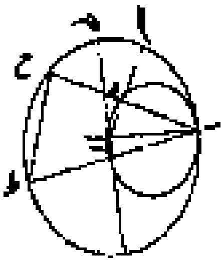
شکل ۹۴ صفحه ۲۱۵



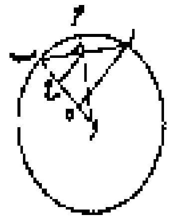
شکل ۹۵ صفحه ۲۱۶



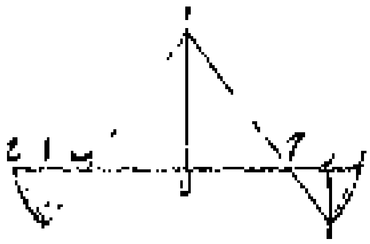
شکل ۹۶ صفحه ۱۶



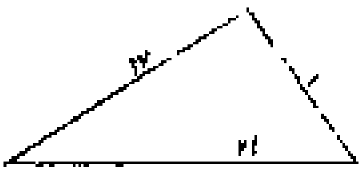
شکل ۹۷ صفحه ۲۱۷



شکل ۹۸ صفحه ۲۱۹



شکل ۹۹ صفحه ۲۱



نام مضلع مطلوب	اعداد مضروب فیه که قطر دایره را در آن ضرب سازند
مثلث	۱۰ ۳ ۹ ۲ ۳
مربع	۹ ۴ ۸ ۵ ۴
مخمس	۷ ۰ ۵ ۳ ۴
مسدس	۲ ۰ ۰ ۰ ۰
مسبع	۵ ۲ ۰ ۵ ۵
مثمن	۴ ۵ ۹ ۲ ۲
متسع	۴ ۱ ۰ ۳ ۱
معشر	۳ ۷ ۰ ۸ ۲

جدول ۱۰ صفحه ۲۲۰

که بسطح مستوی است راست نمی‌آید لهذا تخییل صادق و توهم واثق دراد راک آن ضرور است و این ضعیف از کرهٔ مجسمه امتحان نموده اول فوائد چند که درین‌مقام مرد السنن آن پر ضرور است ودر تخییل وتصویر مطالب متعلقهٔ عمل مذکور معین میشود بیان میگردد *

فائدهٔ اولی هرگاه بر سطح کره دائره از پرگار بکشند بهر بعد یکه خواهند آن دائره کره را بدو قطعه منقسم خواهد کرد وقطر دائرهٔ مرسومه وتر هردو قوس محیط دائرهٔ عظیمهٔ کره که از هردو قطعه حادث میشوند خواهد بود *

فائدهٔ دویم مقدار فتح پرگار که به بعد آن دائره بر سطح کره کشیده شود مقدار وتر نصف قوس مذکور خواهد شد چرا که سطح کره مستدیره است وخط واصل بین الرجلین پرگار خط مستقیم پس خط مذکور وتر نصف قوس می افتد *

فائدهٔ سیوم نقطهٔ که در کشیدن دائره بر سطح کره بمنزلهٔ مرکز فرض کرده میشود فی الحقیقة مرکز آن دائره نیست بلکه آن نقطه بمنزلهٔ قطب کره است وخط واصل درمیان نقطهٔ مذکور ومحیط دائرهٔ مرسومه بالای سطح کره خط مستدیر است وفی الحقیقة مرکز دائرهٔ مذکور درجوف کره مابین سطح دائرهٔ مذکور که از قطعهٔ دائره متخیل میشود خواهد بود *

فائدهٔ چهارم چون قطر دائرهٔ مرسومه وتر قوس محیط دائرهٔ عظیمهٔ کره است وفتح پرگار در کشیدن دائرهٔ مذکور بقدر وتر نصف قوس مذکور میشود پس مقدار فتح پرگار اعظم از نصف قطر دائرهٔ مذکور خواهد بود *

فائدهٔ پنجم چون قطر دائرهٔ مرسومه وتر قوس محیط دائرهٔ عظیمهٔ کره است وفتح پرگار مقدار وتر نصف قوس مذکور پس از هردو وتر هردو نصف قوس مذکور که ملتقی در نقطهٔ قطبیه متخیل میشود واز قطر دائرهٔ مذکور یک مثلث متساوی الساقین درجوف کره حادث خواهد شد *

فائدهٔ ششم قطر کره قطر دائرهٔ عظیمهٔ کره است وایضا خط واصل بین قطبین کره که آنرا محور نیز گویند *

فائدهٔ هفتم اگر بر هردو نقطهٔ طرفین خطی دو دائره ببعدیکه از نصف خط زائد باشد بکشند آن هردو دائره دوجا تقاطع خواهند کرد * (شکل ۱۰۲)

فائدهٔ هشتم اگر خواهند که بالای خطی معروض مثلثی متساوی الساقین بسازند بشرطیکه

لرب ناثانيه شد وآنرا در نصف قوس که باجزاء محیطیه کلم لف است ضرب نمودم وحاصل را که کج الد ثانیه باشد بریکصد و هشتاد قسمت ساختم خارج ونظ لح گردید که مقدار نصف قوس مطلوبه باجزاء قطریهٔ معلومه است مطابقاً للاولی بحساب المشهور واگر ب را در م ح لط مد ثالثه ضرب نموده حاصل را که لرما لر مح ثالثه است در لم لف ضرب نموده حاصل را که کرم بر است بر یکصد وهشتاد قسمت نمودم خارج ونظ ر ب ثالثه مقدار نصف قوس برآمد وآن مطابق طریق ابن نحیف است واگر بموجب قاعدهٔ صاحب لیلاوتی اول قطر را که ٢٤ بود در چهار ضرب کرده باو نرجمع نمودم امط نو ثالثه شد آنرا محفوظ داشتم و باز محیط دائره طریق صاحب لیلاوتی حاصل نمودم اعني ٢٤ را در سه هزار و نهصد و بست و هفت ضرب کرده بریک هزار ودوصد و پنجاه قسمت نمودم خارج اه لم ید ثانیه شد ومربع آن که الدمد ید لا ب نو رابعه است دربنج ضرب کردم وحاصل را که رنم مد لب لوم ثالثه بود باز در ربع وتر که ح لط) است ضرب ساختم وحاصل الضرب را که لو با ید مد رلم نر رابعه است برامط نو که محفوظ بود قسمت کردم وخارج قسمت را که ید الف مر لد ب ثالثه شد از ربع مربع محیط که لم ما لو مح ط رابعه است ساقط نمودم باقي ط ح نو ب مو ط رابعه ماند جذر آنرا که لم لو لط ثانیه است از نصف محیط که لرما لر ثانیه است ساقط نمودم باقي ود مح ثانیه مقدار قوس ماند وآن زیاده از مقداریکه طریق ابن نحیف و طریق صاحب مفتاح وغیره برآمده میشود اگرچه تفاوت قلیل است فافهم *

مسئلهٔ چهل ودویم در دانستن مقدار ضلع مثلث متساوي الاضلاع ومربع ومخمس ومسدس تا معشر که اندرون دائره باشد وطریقش اینست که قطر دائره را در ارقام های که اندرون جدول بخانهٔ مضروب به نوشته شده است ضرب ساخته بریک لکهه و بست هزار قسمت کند که خارج مقدار ضلع خواهد بود ونیز اگر ضلع شکل را در یک لکهه و بست هزار ضرب نموده بر ارقام جدول قسمت کند خارج قطر دائرهٔ محیطیه شکل خواهد بود (جدول ١١)

مسئلهٔ چهل وسیوم در بیان استخراج قطر کره ومحیط دائرهٔ عظیمه بالای کره که از ان جمله چهار طریق در مجسطي مذکور است وبنای همه طرق بر شکل ستم مقالهٔ اولی از کتاب اکر ثاوذوسیوس است وچند طریق دیگر که صاحب عیون الحساب بیان نموده ماهمه رانه بیان واضح واسهل مینویسم وچون استخراج قطر کره منحصر بر عمل است واشکال مجسمه بر صفحهٔ