[illegible]				[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
				[illegible]
				[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]		
				[illegible]
				[illegible]
				[illegible]
				[illegible]
[illegible]	[illegible]			
				[illegible]
				[illegible]
				[illegible]
				[illegible]
				[illegible]
				[illegible]

صفر نوشتم وصفوف صلع ومال درمیان جدول منفصل کرده بطوریکه ضلع کعب برای اعداد خارج میکردم دراینجا نیز خارج نمودم وصورت آن عمل هکـــــــــذا (شکل ۱۶۳)

مثال دیگر خواستم که صلع مالمال این ۱۶ مٓ − ۹۶ مٓ کـ + ۲۱۶ مٓ کٓ − ۲۱۶ کٓ + ۸۱ کٓ بدانم پس بطریق مذکور جدول کشیده استخراج کردم صورت العمل هکذا (شکل ۱۶۴)

مطلب هشتم دربیان اصم الجذر وآنرا (سرد) گویند

بدانکه اصم الجذر مقداری است که ضلع اول او صحیح نباشد وضلع اول آنرا هرگاه صرور شود ازعلامت کسور عدد منزل یا از وسیلهٔ نشان صلعیکه بدینصورت (⌉) است تعبیر میکنند امثل ضلع مجذور عدد د بدینصورت ۲ / خواه ⌈۲⌋ وصلع کعب مجذور ۳ بدینصورت ۳ / خواه بدینصورت ۳⌈۹⌋ پس همه جا صورت کسر عدد اصول مضلع مع مخرج مضاف علامت صلع میشود امثل در حقیقت این نشان موضوع برای صلع اول است وچون صلع اول یک مضلع مفرد مطلوب باشد حرف واحد را بر عدد منزل آن مضلع منسوب میسازند واگر صلع اول مضلع مضاف بر مضلع آخر مطلوب بود عدد مضاف الیه را منسوب بر عدد منزل آن مضلع که مضاف است میکنند چنانکه از امثله واضح است مثلاً صلع مال بدینصورت / وصلع کعب / وصلع کعب مجذور بدینصورت / وصلع مجذور کعب / وصلع مجذور مال مال / وصلع مال مال مجذور / وهکذا ودرین مطلب چند مسئله است *

مسئلهٔ اولی در نوشتن مقداریکه بلا نشان جذری باشد مثل صلع اصم الجذر وطریقش آن است که مضلع آن مقدار حاصل کند ودر یمین آن علامت صلعی گذارند مثلاً خواستم که سه را صلع مجذور بسازم چون ۳ × ۳ = ۳ ۲ = ۹ پس بالای آن نشان جذر نهادم بدینصورت شد ⌈۹⌋ خواه ۹ / وهو المطلوب * مثال دویم خواستم که ۲ کٓ را صلع کعب بسازم چون ۲ کٓ × ۲ کٓ × ۲ کٓ = (۲ کٓ)۳ = ۸ کٓ پس در یمین آن نشان صلعی نهادم بدینصورت شد ⌈۸ کٓ⌋ خواه (۸ کٓ) / وهو المطلوب * مثال سیوم خواستم که / کـ ـے را صلع مجذور بسازم چون / کـ ـے × / کـ ـے = / کٓ ـےٓ پس نشان جذر در یمین آن نهادم بدینصورت شد ⌈/ کٓ ـےٓ⌋ *

مسئلهٔ دویم در طریق فرود آوردن مقادیر مختلفة المنازل تحت نشان ضلع یک مضلع دیگر

معین مشترک بحیثیتیکه همه اصلاح در هردو صورت جدا جدا مساوی القدر باشند چنانکه ضلع مال مال ۲۵۶ و ضلع کعب کعب ۶۴ را تحت نشان ضلع مال نویسم یعنی همان مقدار ضلع مال مال ۲۵۶ را که چهار است تعبیر بجذر کنم و همان ضلع کعب کعب ۶۴ را که دو است تعبیر بجذر نمایم و گویم جذر الجذر ۲۵۶ و جذر الکعب ۶۴ طریقش آن است که اعداد منزلهای مقادیر را بر عدد منزل مشترک معین جدا جدا قسمت نمایند که خارج القسمة با عدد منزل بوجدا جدا برای آن مقادیر شود پس بالای آن عدد منزل مضلع معین مشترک را بنویسند که حاصل ترکیب مساوی مقادیر مطلوب است و باید دانست که عدد منزل معین مشترک درساختن این مقادیر از یک مخرج مشترک اصل واقع میشود * مثال اول خواستم که $۱۱^{\frac{۳}{۴}}$ و $۹^{\frac{۱}{۲}}$ را تحت عدد منزل $\frac{۱}{۴}$ بیارم بحیثیتیکه مقدار آنها مساوی سابق باشد پس قسمت کردم عدد منزل هردو مقادیر را بدینصورت *

$\frac{۳}{۴} - \frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۴} \times \frac{۴}{۱} = \frac{۱۲}{۴} = ۳$ خارج قسمت عدد منزل مقدار اول

$\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۴}{۱} = \frac{۴}{۲} = ۲$ خارج قسمت عدد منزل مقدار ثانی

پس آنرا بالای مقادیر مذکوره جدا جدا نوشته بالای آن عدد منزل مشترک را نوشتم بدینصورت $(۱۱^{۳})^{\frac{۱}{۴}}$ و $(۹^{۲})^{\frac{۱}{۴}}$ مقدار مطلوب است * مثال دویم خواستم که ۲ و $۲^{\frac{۱}{۲}}$ را تحت عدد منزل $\frac{۱}{۴}$ بیارم پس قسمت کردم عدد منزل هردو مقادیر را بدینصورت شد *

$۱ - \frac{۱}{۴} = ۱ \times \frac{۴}{۱} = \frac{۴}{۱} = ۴$ خارج قسمت مقدار اول

$\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۴}{۱} = \frac{۴}{۲} = ۲$ خارج قسمت مقدار ثانی

پس آنرا بالای مقادیر مذکوره جدا جدا نوشته بالای آن عدد منزل مشترک را نوشته بدینصورت شد $(۲^{۴})^{\frac{۱}{۴}}$ و $(۲^{\frac{۲}{۲}})^{\frac{۱}{۴}}$ * مثال سیوم خواستم که $۳^{\frac{۱}{۲}}$ و $۳^{\frac{۱}{۳}}$ را تحت عدد منزل مشترک $\frac{۱}{۶}$ بسازم پس عدد منزل مذکور قسمت کردم *

$\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۶} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۶}{۱} = \frac{۶}{۲} = ۳$ * $\frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۶} = \frac{۱}{۳} \times \frac{۶}{۱} = \frac{۶}{۳} = ۲$

منسوب کردم بدینصورت شد $(۳^{۳})^{\frac{۱}{۶}} = (۲^{۲})^{\frac{۱}{۶}} = (۲۷)^{\frac{۱}{۶}}$ و $(۴)^{\frac{۱}{۶}}$ * مثال چهارم خواستم

تیم

وهو المطلوب * مثال نهم $\sqrt{م^{۳}ک + ۳م^{۲}ک^{۲}}$ هر چند جواب این در کتاب انگریزي مرقوم نبود لیکن این ضعیف میگوید که چون $\sqrt{م^{۲}ک + ۳م^{۲}ک^{۲}} = \sqrt{م^{۲}\times(ک+۳ک^{۲})} =$ $م \times \sqrt{(۳ک^{۲}+ک)} = م\sqrt{(۳ک^{۲}+ک)}$ وهو المطلوب *

مسئلهٔ چهارم در جمع مقادیر اصم الجذر و طریقش آنست که اول این همه مقادیر را از یک منزل مشترک بهم رسانند بموجب مسئلهٔ دویم و بعد از آن همه کسور را از همان مخرج مشترک درست کنند و رجوع با قل نمایند بموجب مسئلهٔ سیوم پس اگر در همه مقادیر کسور صحیحه از یک مخرج بر آید آنها را در همه حصه مقدارهای غیر نشان جذری جمع کرده نشان ضرب مینویسند که مجموع مطلوب خواهد بود و اگر آن کسور در همه مقدارها مساوی اصل که مخرج مشترک است واقع نشود بعینه جمع خواهد شد با نشانهای مثبت و منفي * مثال اول خواستم که $\sqrt{۲۷} + \sqrt{۴۸}$ را جمع کنم چون $\sqrt{۲۷} = \sqrt{(۳\times۹)} = ۳\sqrt{۳}$ و نیز $\sqrt{۴۸} = \sqrt{(۱۶\times۳)} = ۴\sqrt{۳}$ پس مجموع $۳\sqrt{۳} + ۴\sqrt{۳} = (۳+۴)\times\sqrt{۳} = ۷\sqrt{۳}$ وهو المطلوب * مثال دویم خواستم که $\sqrt[۳]{۵۰۰} + \sqrt[۳]{۱۰۸}$ را جمع کنم چون $\sqrt[۳]{۵۰۰} = \sqrt[۳]{(۴\times۱۲۵)} = ۵\sqrt[۳]{۴}$ و نیز $\sqrt[۳]{۱۰۸} =$ $\sqrt[۳]{(۴\times۲۷)} = ۳\sqrt[۳]{۴}$ در اینصورت $۵\sqrt[۳]{۴} + ۳\sqrt[۳]{۴} = (۵+۳)\sqrt[۳]{۴} = ۸\sqrt[۳]{۴}$ وهو المطلوب * مثال سیوم $\sqrt{۷۲} + \sqrt{۱۲۸}$ را جمع کنم چون $\sqrt{۷۲} = \sqrt{(۲\times۳۶)} = ۶\sqrt{۲}$ و نیز $\sqrt{۱۲۸} =$ $\sqrt{(۲\times۶۴)} = ۸\sqrt{۲}$ پس مجموع هردو $۱۴\sqrt{۲}$ مطلوب است * مثال چهارم $\sqrt{۲۷} +$ $\sqrt{۱۴۷}$ را جمع کنم چون $\sqrt{۲۷} = \sqrt{(۳\times۹)} = ۳\sqrt{۳}$ و نیز $\sqrt{۱۴۷} = [illegible] = ۷\sqrt{۳}$ پس مجموع هردو $۱۰\sqrt{۳}$ مطلوب است * مثال پنجم $\sqrt{\frac{۲}{۳}} + \sqrt{\frac{۳}{۵}}$ را جمع کنم چون مخرج مشترک (۱۵۰) است پس کسور آن هردو کرده شد پس $\sqrt{\frac{۱۰۰}{۱۵۰}} = [illegible]$ $=$ [illegible] و نیز $\sqrt{\frac{۸۱}{۱۵۰}} = [illegible]$ پس مجموع هردو [illegible] مطلوب است * مثال ششم $\sqrt[۳]{۵۴} + \sqrt[۳]{۱۲۸}$ را جمع کنم چون $\sqrt[۳]{۵۴} = \sqrt[۳]{(۲\times۲۷)} = ۳\sqrt[۳]{۲}$ و نیز [illegible] =

$\sqrt[3]{7}$ پس درینصورت $8\sqrt[3]{7} - 4\sqrt[3]{7} = (8-4)\sqrt[3]{7} = 4\sqrt[3]{7}$ وهوالمطلوب * مثال دویم از عدد $\sqrt[3]{192}$ عدد $\sqrt[3]{24}$ را ساقط کم چون $\sqrt[3]{192} = \sqrt[3]{64 \times 3} = 4\sqrt[3]{3}$ و نیز $\sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{8 \times 3} = 2\sqrt[3]{3}$ درینصورت $4\sqrt[3]{3} - 2\sqrt[3]{3} = 2\sqrt[3]{3}$ وهوالمطلوب * مثال سیوم از عدد $2\sqrt{50}$ عدد $\sqrt{18}$ را ساقط کم چون $2\sqrt{50} = 2\sqrt{25 \times 2} = 10\sqrt{2}$ و نیز $\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$ درینصورت $10\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$ وهوالمطلوب * مثال چهارم از عدد $\sqrt[3]{320}$ عدد $\sqrt[3]{40}$ را ساقط کم چون $\sqrt[3]{320} = \sqrt[3]{5 \times 64} = 4\sqrt[3]{5}$ و نیز $\sqrt[3]{40} = \sqrt[3]{(5 \times 8)} = 2\sqrt[3]{5}$ درینصورت $4\sqrt[3]{5} - 2\sqrt[3]{5} = 2\sqrt[3]{5}$ وهوالمطلوب * مثال پنجم از عدد $4\sqrt{\frac{3}{5}}$ عدد $3\sqrt{\frac{5}{27}}$ را ساقط کم چون $4\sqrt{\frac{3}{5}} = 4\sqrt{\frac{81}{135}} = 4\sqrt{\frac{81}{15 \times 9}} = \frac{12}{15}\sqrt{15}$ و نیز $3\sqrt{\frac{5}{27}} = \frac{5}{15}\sqrt{15}$ درینصورت $\frac{12}{15}\sqrt{15} - \frac{5}{15}\sqrt{15} = \frac{7}{15}\sqrt{15}$ وهوالمطلوب * مثال ششم از عدد $\sqrt{\frac{2}{3}}$ عدد $\sqrt{\frac{9}{32}}$ را ساقط کم چون $\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{24}{36}} = \sqrt{\frac{64}{1\cdot\cdot}} = \cdots$ و نیز $\sqrt{\frac{9}{32}} = \sqrt{\frac{27}{96}} = \cdots$ پس حاصل تفریق $(\frac{2}{3} - \frac{1}{4})\sqrt{6} = \frac{1}{12}\sqrt{6}$ است وهوالمطلوب * مثال هفتم از عدد $2\sqrt{20\,م^2ک}$ عدد $\sqrt{5\,م^2ک}$ را ساقط کم چون $\sqrt{20\,م^2ک} = \sqrt{4\,م^2 \times 5ک} = 2م\sqrt{5ک}$ و نیز $\sqrt{5\,م^2ک}$ [illegible] درینصورت حاصل تفریق $(4م - 2م)\sqrt{5ک}$ وهوالمطلوب * مثال هشتم از عدد $\sqrt[3]{\,م^3ب}$ [illegible] را ساقط کم چون [illegible] و نیز [illegible] درینصورت حاصل تفریق $(8م - م^2)\sqrt[3]{ب}$ وهوالمطلوب *

مسئله [illegible] در ضرب [illegible] * [illegible] مشترک [illegible] بموجب مسئله [illegible] آنچه را [illegible] پس حاصل ضرب [illegible] بنویسد و رحق [illegible] بموجب مسئله [illegible] مطلوب حاصل شود * مثال اول [illegible]

که $م^{\frac{۱}{۲}} + ب^{\frac{۱}{۴}}$ را از عدد منزل مشترک $\frac{۱}{۸}$ بسازیم بعد اتمام عمل بدستور مذکور بدینصورت شد *

$$\frac{۱}{۲} \div \frac{۱}{۸} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۸}{۱} = \frac{۸}{۲} = ۴ \quad * \quad \frac{۱}{۴} \div \frac{۱}{۸} = \frac{۱}{۴} \times \frac{۸}{۱} = \frac{۸}{۴} = ۲$$

حاصل بدینصورت شد $(م^{۴})^{\frac{۱}{۸}} + (ب^{۲})^{\frac{۱}{۸}}$ *

مسئلهٔ سیوم در فرود آوردن اصم الجذر بطرف حروف اقل اعنی رجوع باقل نمودن طریقش آن است که در آن اصم الجذر مضلع اعظم طلب کنند که مضروب آن در مساوی آن اصم الجذر باشد پس ضلع آن مضلع را ماقبل آن عدد مضروب فیه نوشته در میان آن هر دو نشان ضعلی که بلای آن اصم الجذر بود ثبت نمایند و در صورتیکه آن اصم الجذر مشتمل بر مضلع صحیح نباشد پس دیگر حروف که اقل از آن ممکن نبود تجویز نمایند بحیثیتیکه مضروب آنها در عددی مساوی آن اصم الجذر بود چنانکه از امثال بخوبی فهم شود انشاء الله تعالی ؞ مثال اول خواستم که $\sqrt{۴۸}$ را رجوع باقل نمایم چون $\sqrt{۴۸} = \sqrt{(۳\times۱۶)} = \sqrt{۱۶}\times\sqrt{۳} = ۴\times\sqrt{۳} = ۴\sqrt{۳}$ وهو المطلوب ؞ مثال دویم خواستم $\sqrt[۳]{۱۰۸}$ را رجوع باقل کنم چون $\sqrt[۳]{۱۰۸} = \sqrt[۳]{(۴\times۲۷)} = \sqrt[۳]{۲۷}\times\sqrt[۳]{۴} = ۳\times\sqrt[۳]{۴} = ۳\sqrt[۳]{۴}$ وهو المطلوب ؞ مثال سیوم $\sqrt{۱۲۵}$ را رجوع باقل کنم چون $\sqrt{۱۲۵} = \sqrt{(۵\times۲۵)} = \sqrt{۲۵}\times\sqrt{۵} = ۵\times\sqrt{۵} = ۵\sqrt{۵}$ وهو المطلوب ؞ مثال چهارم $\sqrt{\frac{۵۴}{۱۴۷}}$ را رجوع باقل کم چون $\sqrt{\frac{۵۴}{۱۴۷}} = \sqrt{\frac{۳\times۱۸}{۳\times۴۹}} = \sqrt{\frac{۱۸}{۴۹}} = \frac{\sqrt{۲\times۹}}{\sqrt{۴۹}} = \sqrt{\frac{(۲\times۹)}{۴۹}} = \frac{۳}{۷}\times\sqrt{۲} = \frac{۳}{۷}\sqrt{۲}$ وهو المطلوب ؞ مثال پنجم $\sqrt[۳]{۲۴۳}$ را رجوع باقل کم چون $\sqrt[۳]{۲۴۳} = \sqrt[۳]{(۹\times۲۷)} = \sqrt[۳]{۲۷}\times\sqrt[۳]{۹} = ۳\times\sqrt[۳]{۹} = ۳\sqrt[۳]{۹}$ وهو المطلوب ؞ مثال ششم $\sqrt[۳]{\frac{۱۶}{۸۱}}$ را رجوع باقل کم چون $\sqrt[۳]{\frac{۱۶}{۸۱}} = \sqrt[۳]{\frac{۱۴۴}{۷۲۹}} = \sqrt[۳]{\left(۱۸\times\frac{۸}{۷۲۹}\right)} = \frac{۲}{۹}\times\sqrt[۳]{۱۸} = \frac{۲}{۹}\sqrt[۳]{۱۸}$ ؞ مثال هفتم $\sqrt{۹۸ مر ک}$ را رجوع باقل کم چون $\sqrt{۹۸ مر ک} = \sqrt{(۴۹ مر^{۲} \times ۲ ک)} = ۷ مر \times \sqrt{۲ ک} = ۷ مر \sqrt{۲ ک}$ وهو المطلوب ؞ مثال هشتم $\sqrt{(ک^{۳} - مر^{۲} ک^{۲})}$ را رجوع باقل کم چون $\sqrt{(ک^{۳} - مر^{۲} ک^{۲})} = \sqrt{ک^{۲}\times(ک - مر^{۲})} = ک \times \sqrt{(ک - مر^{۲})} = ک\sqrt{(ک - مر^{۲})}$

مسئلهٔ هفتم در قسمت مثلا در اصم الجذر بر یکدیگر و طریقش آنست که مقسوم و مقسوم علیه را از منزل مشترک گرفته اعداد ما قبل مقسوم را بر اعداد ما قبل مقسوم علیه قسمت کند و اصم الجذر مقسوم را بر اصم الجذر مقسوم علیه قسمت نماید و رجوع باقل سازند چنانچه بالا گذشت مثال اول خواستم که $8\sqrt{108}$ را بر $2\sqrt{6}$ قسمت کنم پس ۸ را بر ۲ و ۱۰۸ را بر ۶ قسمت نمودم خارج $4\sqrt{18}$ شد آنرا رجوع باقل ساختم چون $4\sqrt{18} = 4\sqrt{2\times 9} = 4\times 3\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$ وهوالمطلوب مثال دویم خواستم که $8\sqrt[3]{512}$ را بر $4\sqrt[3]{2}$ قسمت کنم چون $(8\div 4)^3\times\sqrt[3]{512\div 2} = \sqrt[3]{256}\,2 = \sqrt[3]{(4\times 64)}\,2 = 2\times 4\times\sqrt[3]{4} = 8\sqrt[3]{4}$ وهوالمطلوب مثال سیوم خواستم که $4\sqrt[3]{1000}$ را بر $2\sqrt[3]{4}$ قسمت کنم چون $(4\div 2)^3\times\sqrt[3]{1000\div 4} = \sqrt[3]{2000} = \sqrt[3]{2\times 1000} = 10\sqrt[3]{2}$ وهوالمطلوب مثال چهارم خواستم که $\frac{3}{4}\sqrt{\frac{1}{25}}$ را بر $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{5}}$ قسمت کنم چون $\frac{3}{4}\div\frac{2}{3} = \frac{9}{8}$ و $\sqrt{\frac{1}{25}\div\frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{1}{5}}$ [illegible] $\frac{9}{8}\sqrt{\frac{5}{125}} = \frac{9}{8}\sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{9}{8}\sqrt{\frac{3}{75}}$ [illegible] $\frac{1}{8}\sqrt{3} = \frac{9}{8}\cdot\frac{1}{9}\sqrt{3}$ [illegible] وهوالمطلوب مثال پنجم خواستم که $6\sqrt{10}$ را بر $3\sqrt{5}$ قسمت کنم پس شش را بر سه و ده را بر پنج قسمت کردم خارج $2\sqrt{2}$ شد وهوالمطلوب مثال ششم خواستم که $\frac{5}{6}\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$ را بر $\frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{3}{5}}$ قسمت کنم چون [illegible] $\sqrt[3]{\frac{25}{14}}$ [illegible] $\frac{25}{14} = \frac{9}{6}$ [illegible] وهوالمطلوب مثال هفتم خواستم که $\frac{2}{5}\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$ را بر $\frac{3}{4}\sqrt{\frac{2}{3}}$ قسمت کنم چون $\frac{2}{5} - \frac{3}{4} = \frac{8}{15}$ [illegible] منزل مشترک [illegible] شد وهوالمطلوب *

مسئلهٔ هشتم در ساختن مضلعات مثلا در اصم العدد * و طریقش آنست که عدد مضلع آن اصم العدد را در عدد منزل مضلع مطلوب ضرب کند و حاصل را مضلع عدد ما قبل آن اصم العدد رجال سازند که حاصل مطلوب شود مثال اول خواستم که مجذور [illegible]

$3\sqrt[3]{5}$ پس مجموع هردو $5\sqrt[3]{5}$ مطلوب است ∴ مثال هفتم $3\sqrt[3]{\frac{1}{4}} + 5\sqrt[3]{\frac{1}{32}}$ را جمع کنم چون $3\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$ در مخرج $5\sqrt[3]{\frac{1}{32}}$ داخل بود لهذا اول $5\sqrt[3]{\frac{1}{32}}$ را رجوع باقل نمودم بدینصورت $5\sqrt[3]{\frac{1}{32}} = 5\sqrt[3]{\frac{1}{8}\times\frac{1}{4}} = 5\times\frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{1}{4}} = \frac{5}{2}\times\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$ * وهرگاه آنرا با $3\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$ جمع کردم $\frac{11}{2}\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$ شد پس مخرجین را باهم ضرب کرده ترفیع نمودم $\frac{11}{8}\sqrt[3]{16}$ مطلوب برآمد ∴ مثال هشتم $2\sqrt{\text{مر}^2\,\text{ب}} + 3\sqrt{64\,\text{ب}\,\text{ک}^4}$ را جمع کنم چون $2\sqrt{\text{مر}^2\,\text{ب}} = 2\,\text{مر}\sqrt{\text{ب}}$ ونیز $3\sqrt{64\,\text{ب}\,\text{ک}^4} = 3\times 8\,\text{ک}^2\sqrt{\text{ب}} = 24\,\text{ک}^2\sqrt{\text{ب}}$ پس هردو را جمع نمودم $(2\,\text{مر} + 24\,\text{ک}^2)\sqrt{\text{ب}}$ مطلوب شد ∴ مثال نهم $9\sqrt{243} + 10\sqrt{363}$ را جمع کنم چون $9\sqrt{243} = 9\sqrt{(3\times 81)} = 9\times 9\sqrt{3} = 81\sqrt{3}$ ونیز $10\sqrt{363} = 10\sqrt{(3\times 121)} = 10\times 11\sqrt{3} = 110\sqrt{3}$ و مجموع هردو $191\sqrt{3}$ و آن مطلوب است ∴ مثال دهم $\sqrt{27\,\text{مر}^4\,\text{ک}} + \sqrt{3\,\text{مر}^2\,\text{ک}}$ را جمع کنم چون $\sqrt{27\,\text{مر}^4\,\text{ک}} = \sqrt{9\,\text{مر}^4\times 3\,\text{ک}} = 3\,\text{مر}^2\sqrt{3\,\text{ک}}$ ونیز $\sqrt{3\,\text{مر}^2\,\text{ک}} = \sqrt{(\text{مر}^2\times 3\,\text{ک})} = \text{مر}\sqrt{3\,\text{ک}}$ پس مجموع هردو $(3\,\text{مر}^2 + \text{مر})\sqrt{3\,\text{ک}}$ و هو المطلوب ∴ مثال یازدهم خواستم که $\sqrt[4]{400} + \sqrt[6]{512000}$ را جمع کنم چون مختلف المنازل بود لهذا هردو را از منزل مال گرفتم چراکه هردو منزل زوج است پس بموجب مسئله ثانیه هرگاه هردو را بر منزل مال قسمت کردم $(400)^{\frac{2}{4}} + (512000)^{\frac{2}{6}}$ برآمد چون کسور آن هردو صحیح بود اصلی جذر ۴۰۰ گرفتم ۲۰ شد و ضلع کعب ۵۱۲۰۰۰ گرفتم هشتاد برآمد پس $\sqrt{20} + \sqrt{80}$ را جمع کردم $\sqrt{20} = \sqrt{(5\times 4)} = 2\sqrt{5}$ و $\sqrt{80} = \sqrt{(5\times 16)} = 4\sqrt{5}$ پس مجموع مساوی $6\sqrt{5}$ است و هو المطلوب و باید دانست که این مثال در اصل کتاب نبود *

مسئله پنجم در تفریق اصم الحد از یک دیگر و طریقش آنست که منقوص و منقوص منه را از یک مخرج مساوی القدر درست کنند پس منقوص را از منقوص منه ساقط نمایند و اگر در منقوص و منقوص منه اصم الحد مشترک نبود آنرا بوسیله نشان منفی تفریق سازند ∴ مثال اول خواستم که از عدد $\sqrt{448}$ این عدد $\sqrt{112}$ را ساقط کنم چون $\sqrt{448} = \sqrt{(7\times 64)} = 8\sqrt{7}$ ونیز $\sqrt{112} = \sqrt{(7\times 16)} =$

$\sqrt{8+2\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{8+6}{2}} + \sqrt{\frac{8-6}{2}} = \sqrt{7} + \sqrt{1} = 1 + \sqrt{7}$ وهو المطلوب وهمچنین ضلع مجذور $3 - \sqrt{8}$

اگر استخراج کنیم چون $\sqrt{9-8} = \sqrt{1} = 1$ درینصورت $\sqrt{3 - \sqrt{8}} = \sqrt{\frac{3+1}{2}} - \sqrt{\frac{3-1}{2}} = \sqrt{2} - 1$ وهو المطلوب * وبرای استخراج ضلع کعب مقدار مرکب مذکور کدام قاعدهٔ معین نمی تواند شد *

مطلب نهم در بیان سلسلهٔ غیر متناهی قسمت وجذر وغیره وآن را (انفنت سیریس) میگویند یعنی قسمت کردن ارقام معلومه که خارج قسمت آنها منتهی نشود خواه استخراج ضلع اول مضلع اصم نماید که منتهی نمیشود بلکه تا هر جا که عمل نماید می تواند شد وبسبب استخراج حروف اول خارج قسمت خواه ضلع دیگر جمله حروف الی غیر النهایه می تواند رسید ودرآن چند مسئله است *

مسئلهٔ اول * در فرود آوردن مقدار کسر بسلسلهٔ غیر متناهی وطریقش آنست که صورت کسر را بر مخرج قسمت کنند تا وقتیکه در مطلب چهارم مذکور شد وخارج قسمت استخراج نمایند تا هر قدر که استخراج تواند کرد که آن سلسله مطلوب است مثلا خواستیم که $\frac{ک}{م+ک}$ را در سلسلهٔ غیر متناهی بیارم پس صورت کسر را مقسوم ومخرج را مقسوم علیه قرار دهیم ... ند بصورت

که $\sqrt[4]{8}$ را در $\sqrt[2]{6}$ ضرب کنم اول عدد را در عدد واصم الجذر را دراصم الجذر ضرب ساختم $\sqrt[6]{48}$ شد پس رجوع باقل نمودم بدینصورت $\sqrt[6]{48}=\sqrt[6]{3\times16}$ $4\times6=\sqrt[3]{24}=\sqrt[3]{3}$ وهوالمطلوب ؞

مثال دوم خواستم که $\frac12\sqrt[3]{\frac23}$ را در $\frac34\sqrt[3]{\frac59}$ ضرب سازم چون $\frac12\times\frac34\times\sqrt[3]{\frac23}\times\sqrt[3]{\frac59}=\frac38\times\sqrt[3]{\frac{10}{18}}=\frac38\times\sqrt[3]{\frac{15}{27}}=\frac38\times\sqrt[3]{15\times\frac1{27}}=\frac38\times\frac13\sqrt[3]{15}=\frac3{24}\times\sqrt[3]{15}=\frac18\sqrt[3]{15}$ وهوالمطلوب ؞ مثال سوم خواستم که $5\sqrt[3]{8}$ را در $3\sqrt[3]{5}$ ضرب کنم چون $5\times3\times\sqrt[3]{8}\times\sqrt[3]{5}=15\times\sqrt[3]{40}=15\sqrt[3]{10\times4}=30\sqrt[3]{10}$ وهوالمطلوب ؞ مثال چهارم خواستم که $\frac12\sqrt[3]{6}$ را در $\frac23\sqrt[3]{18}$ ضرب کنم چون $\frac12\times\frac23\times\sqrt[3]{6}\times\sqrt[3]{18}=\frac26\times\sqrt[3]{108}=\frac26\sqrt[3]{4\times27}=\frac26\times3\times\sqrt[3]{4}=1\times\sqrt[3]{4}=\sqrt[3]{4}$ وهوالمطلوب ؞

مثال پنجم خواستم که $\frac23\sqrt{\frac18}$ را در $\frac34\sqrt{\frac7{10}}$ ضرب کنم چون $\frac23\times\frac34\times\sqrt{\frac18}\times\sqrt{\frac7{10}}=\frac6{12}\times\sqrt{\frac7{80}}=\frac12\times\sqrt{\frac{35}{400}}=\frac12\sqrt{35\times\frac1{400}}=\frac12\times\frac1{20}\times\sqrt{35}=\frac1{40}\sqrt{35}$ وهوالمطلوب ؞ مثال ششم خواستم که $\sqrt[3]{18}$ را در $5\sqrt[3]{4}$ ضرب کنم چون $5\times\sqrt[3]{18}\times\sqrt[3]{4}=5\sqrt[3]{72}=5\sqrt[3]{8\times9}=5\times2\sqrt[3]{9}=10\times\sqrt[3]{9}$ وهوالمطلوب ؞ مثال هفتم خواستم که $\text{م}^{\frac13}$ را در $\text{م}^{\frac23}$ ضرب کنم اعنی ضلع کعب م را در ضلع کعب مجذور م ضرب کنم چون دراینجا $\sqrt[3]{\text{م}}\times\sqrt[3]{\text{م}^2}=\sqrt[3]{\text{م}^3}=\text{م}$ وهوالمطلوب ؞ مثال هشتم خواستم که $\sqrt{\text{ک}+\text{ی}}$ را در $\sqrt[3]{\text{ک}+\text{ی}}$ ضرب کنم چون اینجا اسها مختلف است لهذا هردو را از $\sqrt[6]{}$ حاصل ساختم پس $\sqrt{\text{ک}+\text{ی}}=\sqrt[6]{(\text{ک}+\text{ی})^3}$ و نیز $\sqrt[3]{\text{ک}+\text{ی}}=\sqrt[6]{(\text{ک}+\text{ی})^2}$ دراینصورت حاصل ضرب $\sqrt[6]{(\text{ک}+\text{ی})^3\times(\text{ک}+\text{ی})^2}=\sqrt[6]{(\text{ک}+\text{ی})^5}$ وهوالمطلوب ؞ مثال نهم خواستم که $\text{ک}+\sqrt{\text{ی}}$ را در $\text{ک}-\sqrt{\text{ی}}$ ضرب کنم چون $\text{ک}\times\text{ک}=\text{ک}^2$ و نیز $(\text{ک}\times-\sqrt{\text{ی}}+\text{ک}\times\sqrt{\text{ی}}=0$ و $\sqrt{\text{ی}}\times-\sqrt{\text{ی}}=-\text{ی}$ دراینصورت حاصل ضرب $\text{ک}^2-\text{ی}$ شد وهوالمطلوب ؞ مثال دهم خواستم که $(\text{م}+\sqrt{\text{ب}})^{\frac12}$ را در $(\text{م}-\sqrt{\text{ب}})^{\frac12}$ ضرب کنم پس بقاعدهٔ مذکوره عمل نمودم $\sqrt{\text{م}^2-\text{ب}}$ برآمد وهوالمطلوب ٭

$$\overset{\text{مقسوم علیه}}{\left(\text{م}^2+\text{ک}^2+2\,\text{مک}\right)} \quad \overset{\text{مقسوم}}{\text{م}^2} \left(1-\frac{2\,\text{ک}}{\text{م}}+\frac{3\,\text{ک}^2}{\text{م}^2}-\frac{4\,\text{ک}^3}{\text{م}^3} \text{ الی غیر النهایة خارج قسمت}\right.$$

$$\text{م}^2+\text{ک}^2+2\,\text{مک}$$

$$-\text{ک}^2-2\,\text{مک}$$

$$-2\,\text{مک}-3\,\text{ک}^2-\frac{2\,\text{ک}^3}{\text{م}}$$

$$+3\,\text{ک}^2 \;*\; -\frac{2\,\text{ک}^3}{\text{م}}$$

$$+3\,\text{ک}^2 \;*\; -\frac{\text{ک}^3}{\text{م}}-\frac{3\,\text{ک}^4}{\text{م}^2}$$

$$* \quad * \quad -\frac{4\,\text{ک}^3}{\text{م}}-\frac{3\,\text{ک}^4}{\text{م}^2}$$

$$-\frac{4\,\text{ک}^3}{\text{م}}-\frac{8\,\text{ک}^4}{\text{م}^2}-\frac{4\,\text{ک}^5}{\text{م}^3}$$

$$+\frac{5\,\text{ک}^4}{\text{م}^2}+\frac{4\,\text{ک}^5}{\text{م}^3} \text{ و غیره}$$

مسئله دوم در فرو آوردن اسم الجذر ... در مسئله غیر متناهی ... آنست که ضلع اول حرف اول استخراج ... بدین طریق که در مطلب ششم گفته شد ... دستور استخراج کنند ... همین حد ... که ضلع ... م - ک را در مسئله غیر متناهی استخراج کنیم ... مطلب ... عمل نمودیم *

چون هرگاه ضلع کعب را که $\frac{۱}{۳}$ است در ۲ که عدد منزل مجذور است ضرب ساختم $\frac{۲}{۳}$ گردید و مجذور $\frac{۲}{۳}$ که عدد ماقبل است $\frac{۴}{۹}$ شد درینصورت مجذور $\sqrt[۳]{م} = م^{\frac{۲}{۳}} = \sqrt[۳]{م^۲}$ پس $\frac{۴}{۹}\sqrt[۳]{م^۲}$ حاصل ضرب مطلوب است ⁂ مثال دویم خواستم که مکعب $\frac{۵}{۷}\sqrt{۷}$ بسازم چون $\left(\frac{۵}{۷}\right)^۳ = \frac{۵}{۷} \times \frac{۵}{۷} \times \frac{۵}{۷} = \frac{۱۲۵}{۳۴۳}$ ؛ و نیز $(\sqrt{۷})^۳ = (۷)^{۳ \times \frac{۱}{۲}} = (۷)^{\frac{۳}{۲}} = \sqrt{۷^۳}$ درینصورت $\frac{۱۲۵}{۳۴۳}\sqrt{۳۴۳}$ حاصل ضرب مطلوب است ⁂ مثال سیوم خواستم که مجذور $\sqrt[۳]{۳}$ بسازم پس بموجب قاعدهٔ مذکوره عمل نمودم $\sqrt[۳]{۹}$ برآمد *

مسئلهٔ نهم در استخراج ضلع اول مقادیر اصم الجذر * طریقش آن است که عدد منزل اصم الجذر را بر عدد منزل ضلع مطلوب قسمت کند و خارج را عدد منزل قرارداده با ضلع اول اعداد ماقبل وصل کند ⁂ مثال اول خواستم که ضلع مجذور $۹\sqrt[۴]{۳}$ بدانم چون $\sqrt{۹} = ۳$ و نیز $(۳^{\frac{۱}{۴}})^{\frac{۱}{۲}} = ۳^{\frac{۱}{۴} \div ۲} = ۳^{\frac{۱}{۸}}$ ازین سبب $\sqrt{۹ \times \sqrt[۴]{۳}} = ۳\sqrt[۸]{۳}$ و هو المطلوب ⁂ مثال دویم خواستم که ضلع کعب $\frac{۱}{۸}\sqrt{۲}$ بدانم چون $\sqrt[۳]{\frac{۱}{۸}} = \frac{۱}{۲}$ و نیز $(\sqrt{۲})^{\frac{۱}{۳}} = ۲^{\frac{۱}{۲} \div ۳} = ۲^{\frac{۱}{۶}}$ درینصورت $\frac{۱}{۲} \times \sqrt[۶]{۲}$ حاصل مطلوب شد ⁂ مثال سیوم خواستم که ضلع مجذور $(۱۰)^۳$ بدانم چون $\sqrt{۱۰^۳} = \sqrt{(۱۰)^۲ \times ۱۰} = ۱۰ \times \sqrt{۱۰}$ و هو المطلوب ⁂ مثال چهارم خواستم که ضلع کعب $\frac{۸}{۲۷} \times م^۳$ بدانم $\frac{۲}{۳}$م مطلوب است ⁂ مثال پنجم خواستم که ضلع مال مال $۳ک^۲$ بدانم چون $\sqrt[۴]{۳} \times \sqrt[۴]{ک^۲} = \sqrt[۴]{۳} \times \sqrt{ک}$ ای $۳^{\frac{۱}{۴}} \times ک^{\frac{۱}{۲}}$ و هو المطلوب ⁂ مثال ششم خواستم که ضلع مجذور $ک^۲ - ۴ک\sqrt{م} + ۴م$ بدانم پس بقاعدهٔ استخراج جذر $ک - ۲\sqrt{م}$ برآمد و هو المطلوب *

فائده برای استخراج ضلع مجذور مقدار مرکب از دو حرف که آن را (سومیل و ریزیدیل) گویند اصولی مقرر کرده اند * مثلاً خواستم که $\sqrt{م + ب}$ خواه $\sqrt{م - ب}$ بدانم پس اول $\sqrt{م^۲ - ب^۲}$ را = د فرض کند و باز $\sqrt{م + ب}$ را = $\sqrt{\frac{م + د}{۲}} + \sqrt{\frac{م - د}{۲}}$ فرض نماید و نیز $\sqrt{م - ب}$ را = $\sqrt{\frac{م + د}{۲}} - \sqrt{\frac{م - د}{۲}}$ فرض سازند که همان مطلوب خواهد بود * چنانکه ضلع مجذور $۸ + ۲\sqrt{۷}$ استخراج کنم چون $\sqrt{۸^۲ - (۲\sqrt{۷})^۲} = \sqrt{۶۴ - ۲۸} = \sqrt{۳۶} = ۶$ درینصورت

که جذر است $\frac{م}{ه}$ فرض کرده پس $(ر - ک)^{\frac{1}{2}} = ر^{\frac{1}{2}}(ط) + \frac{م}{ه}$ ط ل (ب) + $\frac{م - ه}{ه ۲}$ ب ل (س)
+ $\frac{م - ۲ه}{ه ۳}$ س ل (ء) + $\frac{م - ۳ه}{ه ۴}$ ء ل (ے) وغیره * باید دانست که در اینجا نشان بدینصورت
( ) واقع است مراد از ان فرض کردن حملهٔ ما قبل را بحرف مرقوم که درمیان خطین است
پس گویا مقصود این است که $(ر - ک)^{\frac{1}{2}}$ = ط + ب + س + ء + ے وغیره و در پنصورت
چون از روی مساوات مرقوم در مثال مذکور ظاهر است که ط = ر است و ب = $-\frac{1}{۲}\frac{ک}{ر}$
= $-\frac{ک}{۲ ر}$ است و نیز س = $-\frac{1}{۴} \times \frac{ک}{۲ ر} \times \frac{ک}{ر} = -\frac{ک^2}{۸ ر^3}$ است و همچنین ء = $-\frac{۲}{۶} \times \frac{ک^2}{۸ ر^3} \times \frac{ک}{ر}$
= $\frac{ک^3}{۱۶ ر^5}$ است و همچنین ے = $-\frac{۵}{۸} \times \frac{ک^3}{۱۶ ر^5} \times \frac{ک}{ر} = -\frac{۵ ک^4}{۱۲۸ ر^7}$ در پنصورت $\overline{(ر - ک)}$
= ر $-\frac{ک}{۲ ر} - \frac{ک^2}{۸ ر^3} - \frac{ک^3}{۱۶ ر^5} - \frac{۵ ک^4}{۱۲۸ ر^7}$ وغیره است * و دانکه این طریق از اصل
مستخرج است چنانکه باندک تأمل واضح میشود *

فائده هرگاه اسم الحد مرکب دو حرف مخرج کسر مشترک و ته شود بهمین طریق تبدیل شانهٔ
عدد منزل با نظام استخراج خارج قسمت در سلسلهٔ غیرمتناهی میتوان نمود * مثلاً $\overline{(۲ - ۳)}$
را در سلسلهٔ غیرمتناهی در آریم پس $ر = ۲$ و $\frac{م}{ه} = ۱$ فرض کرده باید دانست که و $\frac{م}{ه}$ ط
= $\frac{۱}{۲}$ چراکه $\frac{۲}{۱}$ نشان حرمال است و $\frac{م - ه}{ه ۲} = -\frac{۳}{۲}$ و $\frac{م - ۲ه}{ه ۳} = -\frac{۴}{۳}$ ه کذا بعد ذلک
پس $\frac{م}{ه}$ × ط ل = $-\frac{۲}{۱} \times \frac{۱}{۲} \times \frac{م}{ه} = -\frac{۲م}{۲}$ = ب و $\frac{م - ه}{ه ۲}$ × ب ل = $-\frac{۳}{۲} - \frac{م}{ه}$ ،
$\frac{م}{ه}$ = + $\frac{۳ م^2}{۲ ه}$ = س چون عدد منزل در پنجا منفی بود چرا که منزل کسر مزدوج است پس
$-\frac{۲}{۱}$ را $\frac{م}{ه}$ بجای عدد منزل فرض نموده نوشته بمعنی ب $\frac{م}{ه}$ ط ل = ب
و $\frac{م - ه}{ه ۲}$ × ب ل = س و $\frac{م - ۲ه}{ه ۳}$ × س ل = ء و $\frac{م - ۳ه}{ه ۴}$ ء ل = ے چون ظاهر است

نمود

مقسوم علیه $\text{م} - \text{ک}$) مقسوم مک ($\text{ک} + \frac{\text{ک}^{2}}{\text{م}} + \frac{\text{ک}^{3}}{\text{م}^{2}} + \frac{\text{ک}^{4}}{\text{م}^{3}}$ وغیره خارج قسمت

$$\text{مک} - \text{ک}^{2}$$

$$+\text{ک}^{2}$$

$$+\text{ک}^{2} - \frac{\text{ک}^{3}}{\text{م}}$$

$$+\frac{\text{ک}^{3}}{\text{م}}$$

$$+\frac{\text{ک}^{3}}{\text{م}} - \frac{\text{ک}^{4}}{\text{م}^{2}}$$

$$+\frac{\text{ک}^{4}}{\text{م}^{2}}$$

$$+\frac{\text{ک}^{4}}{\text{م}^{2}} - \frac{\text{ک}^{5}}{\text{م}^{3}}$$

$$+\frac{\text{ک}^{5}}{\text{م}^{3}}$$

$$+\frac{\text{ک}^{5}}{\text{م}^{3}} - \frac{\text{ک}^{6}}{\text{م}^{4}}$$

$$+\frac{\text{ک}^{6}}{\text{م}^{4}}$$

وهکذا الی غیر النهایة

مثال دیگر خواستم که $\frac{\text{م}}{(\text{م} + \text{ک})^{2}}$ را در سلسلهٔ غیر متناهی بیارم
چون درینجا مقسوم علیه مربع مجموع $\text{م} + \text{ک}$ است لهذا
$\text{م} + \text{ک}^{2} + 2\,\text{مک}$ را مقسوم علیه قرار دادم و بدستور عمل کردم

است وتفاضل مشترک اثنين صعودي پس دومرتبهٔ بسلم مجموع عدد دو که مقدار اول است
و مسطح ۲ که قدر تفاضل است في ۲۰) الا واحد خواهد بود بدینصورت ۲ + ۲ (۲۰ − ۱) = ۲
+ ۲ × ۱۹ = ۲ + ۳۸ = ۴۰ و همچنین اگر م مقدار اول باشد وقدر تفاضل مشترک ک بود
وعدد مرتبهٔ اول ع فرض کنیم پس عدد آخر م + (ع − ۱) × ک خواهد بود *

فائدهٔ چهارم مجموع مقادیر متوالیه نسبت عددي مساوي با حاصل ضرب مجموع عدد
اول وآخر در نصف عدهٔ آن مقادیر مي باشد مثلا مجموع اعداد علی نظم طبیعي تا ۲۰ که نسبت
عددي متوالي صعودي است مساوي $\frac{۲۰ × (۲۰+۱)}{۲}$ مساوي $\frac{۲۰ × ۲۱}{۲}$ = ۲۱ × ۱۰ = ۲۱۰
و همچنین مجموع مقادیرکه اول آنها م و آخر آنها م + ۲۰ ک و قدر تفاضل ک) است در بنصورت
$\frac{(م + م + ۲۰ ک) × ۲۰}{۲}$ = (م + ۱۰ ک) × ۲۰ = ۲۰ م + ۲۰۰ ک * مثال اول خواستم
که مجموع مقادیر متوالي علی نسبت عددي صعودي که مقدار اول آن ۳ و قدر تفاضل مشترک
۲ و عدهٔ ۲۰) است بدانم چون بموجب فائدهٔ سوم ۳ + ۲ (۲۰ − ۱) = ۳ + ۲ × ۱۹ = ۳ +
۳۸ = ۴۱ پس این مقدار آخر است و چون بموجب فائدهٔ چهارم (۳ + ۴۱) × $\frac{۲۰}{۲}$ = ۴۴ × ۱۰
= ۴۴۰ پس این مجموع مطلوب است * مثال دوم خواستم که مجموع مقادیر متوالي علی
نسبت عددي نزولي که عدد اول آن ۱۰۰ و قدر تفاضل مشترک − ۳ و عدهٔ مقادیر ۳۴ است
بدانم چون بموجب فائدهٔ سوم ۱۰۰ − ۳ (۳۴ − ۱) = ۱۰۰ − ۳ × ۳۳ = ۱۰۰ − ۹۹ = ۱
واین مقدار عدد آخر است و بموجب فائدهٔ چهارم (۱۰۰ + ۱) × $\frac{۳۴}{۲}$ = ۱۰۱ × ۱۷ = ۱۷۱۷
واین عدد مجموع مطلوب است * مثال سوم خواستم که مجموع اعداد متوالي علی نسبت
عددي صعودي که عدد اول واحد و قدر تفاضل آن دو است و عدد آخر ۱۰۱ باشد پس مجموع
اول و آخر را که ۱۰۲ میشود در ۲۵½ که نصف عدهٔ است ضرب نمودیم حاصل ۲۶۰۱ است
و هو المطلوب * مثال چهارم ساعت شهر ونیس (۱) [illegible]

(۱) Venice [illegible]

بدینصورت

$$\text{م}^{۲}+\text{ک}\ \Big(\ \text{م}+\frac{\text{ک}}{۲\,\text{م}}-\frac{\text{ک}^{۲}}{۸\,\text{م}^{۳}}+\frac{\text{ک}^{۳}}{۱۶\,\text{م}^{۵}}-\frac{۵\,\text{ک}^{۴}}{۱۲۸\,\text{م}^{۷}}$$ وغیره وهو الخارج المطلوب

$$\text{م}^{۲}$$

$$\text{ک}\ \Big(\ ۲\,\text{م}+\frac{\text{ک}}{۲\,\text{م}}$$

$$+\text{ک}+\frac{\text{ک}^{۲}}{۴\,\text{م}^{۲}}$$

$$-\frac{\text{ک}^{۲}}{۴\,\text{م}^{۲}}\ \Big(\ ۲\,\text{م}+\frac{\text{ک}}{\text{م}}-\frac{\text{ک}^{۲}}{۸\,\text{م}^{۳}}$$

$$-\frac{\text{ک}^{۲}}{۴\,\text{م}^{۲}}-\frac{\text{ک}^{۳}}{۸\,\text{م}^{۴}}+\frac{\text{ک}^{۴}}{۶۴\,\text{م}^{۶}}$$

$$\frac{\text{ک}^{۳}}{۸\,\text{م}^{۴}}-\frac{\text{ک}^{۴}}{۶۴\,\text{م}^{۶}}\ \Big(\ ۲\,\text{م}+\frac{\text{ک}}{\text{م}}-\frac{\text{ک}^{۲}}{۴\,\text{م}^{۳}}+\frac{\text{ک}^{۳}}{۱۶\,\text{م}^{۵}}$$

$$\frac{\text{ک}^{۳}}{۸\,\text{م}^{۴}}-\frac{\text{ک}^{۴}}{۱۶\,\text{م}^{۶}}$$ وغیره

$$-\frac{۵\,\text{ک}^{۴}}{۶۴\,\text{م}^{۶}}$$ وغیره وهکذا الی ما لا نهایة له

فایده این طریق در استخراج ضلع مجذور اکثر معمول است و در ضلع مضلعات دیگر عمل بسیار طول میشود و ابن ضعیف میگوید که اگر طریق جدولی که برای استخراج ضلع مضلعات در مطلب هفتم ابن ضعیف بیان کرده عمل نماید غالبکه در استخراج ضلع مضلعات دیگر هم سهولت واقع شود*

مسئلهٔ سیوم در بیرون آوردن مقدار اصم الجذر مرکب از دو حرف در سلسلهٔ غیر متناهی بوجه خاص وطریقش آنست که آن هر دو حرف را مبدل بدو حرف دیگر مع علامات مصلحات آن کند وعدد منزل ضلع مطلوب را $\frac{\text{ص}}{\text{ط}}$ فرض کند و از حروف دیگر بانشان مناسب مست ومنفی بنویسد*

مثلاً $\sqrt{\text{ر}^{۲}-\text{ک}}$ مطلوب الجذر است پس $\text{ه}=\text{ر}^{۲}$ و $\text{ل}=-\frac{\text{ک}}{\text{ر}^{۲}}$ فرض کردم وعدد منزل مطلوب را

طرف رابع باشد آنرا نسبت مستوي و (دیرکت پراپورشن) گویند مثل ٢ و ٤ و ٥ و ١٠ و [illegible] و مر [illegible] و [illegible] و مر [illegible] *

فائدهٔ سیوم هرگاه چهار مقادیر بحیثیتی باشد که نسبت اول بطرف ثاني مثل نسبت رابع بطرف ثالث باشد آنرا نسبت ذوطرفین و نسبت مقلوب خوانند و بانگریزی (ریسپروکال پراپورشن) (انورس پراپورشن) گویند مثال ٢ و ٦ و ٤ و ٣ [illegible] واضح است در نها نسبت مقلوب ذوطرفین است *

فائدهٔ چهارم هرگاه مقادیر متناسبهٔ هندسي متوالیه باشد یعني نسبت اول بطرف دویم مثل نسبت دویم بطرف سیوم و نسبت سیوم بطرف چهارم باشد [illegible] آنرا [illegible] (جیومتریکل پروگرشن) گویند یعني نسبت هندسي متوالي خوانند مثال ٢ و ٤ و ٨ و ١٦ و ٣٢ [illegible] *

فائدهٔ پنجم اگر چهار مقادیر متناسبهٔ هندسي باشد [illegible] مساوي [illegible] مي باشد مثال ٢ و ٤ و ٦ و ١٢ که ٢ × ١٢ = ٤ × ٦ [illegible] *

فائدهٔ ششم اگر چهار [illegible] نسبت هندسي [illegible] واحد الطرفین مساوي طرف آخر مي [illegible] مثل ٣ و ٩ و ٥ و ١٥ [illegible] = ٤ [illegible] آخر است [illegible] = $\frac{٣ \times ١٥}{٩}$ [illegible]

[illegible] *

فائدهٔ هفتم [illegible] *

[illegible] ٢ ٢ ٢ ٢ = ٣ [illegible] *

فائدهٔ هشتم [illegible]

[illegible]

که مقدار ط = $\frac{۱}{۲^{۲}}$ و ب = $-\frac{۲\text{ص}}{۲^{۳}}$ و ج = $+\frac{۳\text{ص}^{۲}}{۲^{۴}}$ و د = $-\frac{۴\text{ص}^{۳}}{۲^{۵}}$ و ه = $+\frac{۵\text{ص}^{۴}}{۲^{۶}}$ وغیره است

پس خارج قسمت $\frac{۱}{۲^{۲}} - \frac{۲\text{ص}}{۲^{۳}} + \frac{۳\text{ص}^{۲}}{۲^{۴}} - \frac{۴\text{ص}^{۳}}{۲^{۵}} + \frac{۵\text{ص}^{۴}}{۲^{۶}}$ وغیره خواهد بود *

مطلب دهم در بیان نسبت عددي وآنرا (ارتهه متکل براپرشن) گویند

(ارتهمتیک) بمعني فن حساب و (پراپرشن) بمعنی نسبت اعني نسبت فن حسابي که عبارت از نسبت عددي است بايد دانست که نسبت عددي آنست که در مقادیر تفاضل متساوي باشد اعني تفاضل اول یا دویم مثل تفاضل سیوم یا چهارم باشد مثل ۳ و ۷ و ۱۲ و ۱۶ که تفاضل اول یا دویم مثل تفاضل سیوم یا چهارم است وهمچنین نسبت مرطرف م + ب مثل نسبت سرطرف م + ب) است پس این نسبت عددي است وهرچهار مقادیر متناسبه عددي اند ونسبت عددي متوالي که آنرا (ارتهه متکل پروگرشن) گویند آنست که در مقادیر متعدده تفاضل مشترک و متساوي باشد چنانکه ۱ و ۳ و ۵ و ۷ وغیر آن که تفاضل مشترک میان مقادیر مذکوره دو است وهمچنین م و م + ب و م + ۲ ب و م + ۳ ب وغیر آن که در ین مقادیر تفاضل مشترک ب) است *

فائدۀ اول اگر چهار مقادیر در نسبت عددي باشد مجموع وسطین مساوي مجموع آخرین مي باشد مثل ۲ و ۵ و ۷ و ۱۰ خواه م و ب و س و ء درمیان اینها نسبت عددي مفروض است پس مجموع ۲ و ۱۰ مساوي مجموع ۵ و ۷ میشود وهمچنین مجموع م و ء مساوي مجموع ب و س خواهد بود *

فائدۀ دویم در هریک نسبت عددي متوالیه که منتهي بعددي شود مجموع اول وآخر مساوي مجموع وسطین که بعد آنها از هر دو طرف متساوي باشد خواهد بود مثلا ۲ و ۴ و ۶ و ۸ و ۱۰ و ۱۲ وغیره که در سلسلۀ نسبت عددي اند پس مجموع ۲ و ۱۲ مساوي مجموع ۴ و ۱۰ ومجموع ۶ و ۸ متساوي است *

فائدۀ سیوم مقدار آخر هر سلسلۀ نسبت عددي مساوي با مجموع مقدار اول و حاصل ضرب تفاصل مشترک در عدۀ آن مقادیر که بواحد کم باشد مي شود خواه آن سلسله صعودي باشد خواه نزولي اعني مقدار تفاصل مثبت فرض کنند خواه منفي مثلا اگر مقدار اول عدد د و

باشند و نسبت مرة بعد مرة بود پس هر چهار مقادیر متساوی خواهند بود * سؤال اول مقدار اول نسبت متوالیهٔ هندسی واحد است و مقدار نسبت ۲ و عدد مقادیر ۱۰ پس مجموع مقادیر چه باشد * جواب بموجب فائدهٔ هشتم $1\times(2)^9=1\times512=512$ واین مقدار آخر است و بموجب فائدهٔ نهم $\frac{1-(2\times512)}{1-2}=1023$ وهو المطلوب * سؤال دویم عدد اول نسبت هندسی متوالی $\left(\frac{1}{2}\right)$ است و مقدار نسبت $\frac{1}{3}$ و عدد مقادیر ۵ پس مجموع مقادیر چه باشد * جواب چون بموجب فائدهٔ هشتم $\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{1}{2}\times\frac{1}{81}=\frac{1}{162}$ واین مقدار عدد اخیر است پس بموجب فائدهٔ نهم $\frac{\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{162}\times\frac{1}{3}\right)}{1-\frac{1}{3}}$ $\left(1-\frac{1}{3}\right)=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{486}\right)-\frac{2}{3}$ ، $\frac{121}{243}=\frac{3}{2}=\frac{363}{486}=\frac{121}{162}$ وهو المطلوب بدانکه در اینجا چون در مقسوم و مقسوم علیه هر دو مستثنی اعظم از مستثنی منه است ابتدا در هر دو علامت نسبت و نفی را منقلب ساخته قسمت نمودم تا خارج قسمت مثبت برآمد و این برای تسهیل عمل است والّا بی تبدیل علامت هم مقدار همین میشود * سؤال سوم مقدار اول مقادیر نسبت متوالیهٔ هندسی واحد است و مقدار نسبت ۳ و عدد مقادیر ۱۲ میخواهیم که مجموع آنها بدانیم چون بموجب فائدهٔ هشتم $1\times(3)^{11}=177147$ واین مقدار آخر است پس بموجب فائدهٔ نهم $\frac{1-(3\times177147)}{1-3}=\frac{531440}{2}=265720$ وهو المطلوب * سؤال چهارم مقدار اول مقادیر نسبت هندسی متوالی واحد است و مقدار نسبت $\frac{1}{3}$ و عدد مقادیر ۱۲ پس مجموع آنها چه باشد * جواب چون بموجب فائدهٔ هشتم $1\left(\frac{1}{3}\right)^{11}=\frac{1}{177147}$ واین مقدار آخر است پس بموجب فائدهٔ نهم $\frac{1-\left(\frac{1}{177147}\times\frac{1}{3}\right)}{1-\frac{1}{3}}=\left(1-\frac{1}{531441}\right)-\frac{2}{3}=\frac{531440}{531441}\times\frac{3}{2}$

$\frac{3}{2}=\frac{1594320}{1062882}=1+\frac{88573}{177147}$ *

مطلب دوازدهم در معرفت تناسب عددی

بدانکه مقدار عبارت است از آنکه دو مقدار [illegible] یکی از دیگری [illegible] یکدیگر [illegible] آنها [illegible] بصورت [illegible] کرده یعنی مثال $12-5=7$ [illegible] مقدار [illegible] است [illegible]

مضروب وهمچنین بعد بیست وچهار ساعت بست وچهار که مقدار ساعت یوم است ضرب میکند پس مجموع ضربهای او در تمام روز چند باشد * جواب $(1+24)\times\frac{24}{2}=25\times12=300$

پس مجموع سه صد ضرب باشد *

فائده مجموع افرادیکه در نسبت عددی متوالی علی نظم طبیعی واقع شوند ومقدار اول آنها واحد باشد مساوی مجذور عدة آنها میشود مثلا مجموع ۱ و ۳ و ۵ و ۷ و ۹ و غیر آن که متساوی مجذور عدة آنها که پنج است میشود *

مطلب یازدهم دربیان نسبت هندسی که آنرا (جمیتریکل پرابورشن گویند)

(جمیتری) فن هندسه است باید دانست که نسبت هندسی عبارت است از مقدار حصه بلحاظ قلت وکثرت در دو مقدار متساوی النوع اعنی یکی چند حصص مشتمل بر دوم است مثلا نسبت درمیان ۴ و ۶ نسبت $\frac{4}{6}$) است اعنی چهار دو ثلث شش است وهمچنین نسبت ۶ و ۴ که نسبت یک مثل ویک نصف است اعنی شش یک مثل ویک نصف چهار است *

فائدة اول هرگاه چهار مقادیر متشابهه یک دیگر باشند اول وسیوم را مقدم ودویم وچهارم را تالی خوانند ودر انگریزی مقدم را (انتسیدنت) وتالی را (کانسیکوانت) گویند پس مقدار نسبت حصه هریک از قسمت مقدم برموخر یا قسمت موخر برمقدم حاصل شود پس آن هر چهار مقادیر متناسبه می شوند چراکه اول مساوی حاصل ضرب نسبت مذکور در دویم است وسیوم مساوی حاصل ضرب نسبت مذکور در چهارم است چنانکه ۲ و ۸ و ۳ و ۱۲ پس ۲ و ۳ مقدمین اند و ۸ و ۱۲ موخرین اعنی تالیین وهرگاه ۲ را بر ۸ قسمت کنم خارج $\frac{1}{4}$ می شود وهمچنین هرگاه ۳ را بر ۱۲ قسمت کنم خارج $\frac{1}{4}$) است وحاصل ضرب $\frac{1}{4}$ که مقدار نسبت است در ۸ که دویم است مساوی ۲ که اول است خواهد بود وهمچنین مسطح $\frac{1}{4}$ در ۱۲ که چهارم است مساوی ۳ که سیوم است خواهد گردید وهمچنین اگر چهار مقادیر مر و مر و ب و ب ر باشد پس مقدار نسبت ر بر یعنی ر است وحاصل ضرب مر در ر = مر که اعظم تالی است می شود وهمچنین مسطح ب در ر = ب ر که رابع است میگردد پس درمیان اینها نسبت هندسی است *

فائدة دویم اگر چهار مقادیر متناسبه باشند بحیثیتیکه نسبت اول بطرف ثانی مثل نسبت ثالث

قاعدهٔ چهارم * اگر مقدار مجهول تحت نشان اسم الجذر باشد آن نشان را حذف کنند و ارقام باقی را بقدر عدد منزل آن اسم الجذر مضلع سازند مثلاً [√ک − ۲ = ۶ اینجا √ک = ۶ + ۲ = ۸ پس ک = (۸)^{2} = ۶۴ * مثال دیگر [√(۴ک + ۱۶) = ۱۲) اینجا ۴ک + ۱۶ = ۱۴۴ بلکه ۴ک = ۱۴۴ − ۱۶ = ۱۲۸ و اگر هر دو طرف مقابله را بر ۴ قسمت کنم پس ک = ۳۲ شود * مثال دیگر [^{3}√(۲ک + ۳) + ۴ = ۸) اینجا [^{3}√(۲ک + ۳) = ۸ − ۴ = ۴ پس ۲ک + ۳ = (۴)^{3} = ۶۴ بلکه ۲ک = ۶۴ − ۳ = ۶۱ بلکه ک = ۳۰$\frac{۱}{۲}$ *

قاعدهٔ پنجم * اگر طرف مقابله که مشتمل بر مقدار مجهول است تمام مضلع کامل باشد پس ضلع اول آن استخراج نمایند و همان نسبت ضلع اول طرف آخر خارج کنند مثلاً ک^{2} + ۶ک + ۹ = ۲۵ چون طرف اول که مشتمل بر مقدار مجهول است مجذور کامل بود لهذا جذر آن استخراج کردم پس ک + ۳ = √۲۵ = ۵ بلکه ک = ۵ − ۳ = ۲ * مثال دیگر ۳ک^{2} − ۹ = ۲۱ + ۳) اینجا ۳ک^{2} = ۲۱ + ۳ + ۹ = ۳۳ بلکه ک^{2} = ۱۱ بلکه ک = √۱۱ * مثال دیگر ۲ک^{2}/۳ + ۱۰ = ۲۰) اینجا ۲ک^{2} + ۳۰ = ۶۰ پس ک^{2} + ۱۵ = ۳۰ بلکه ک^{2} = ۳۰ − ۱۵ = ۱۵ بلکه ک = √۱۵ *

قاعدهٔ ششم * اگر نسبت مقدار مجهول طرف مقداری دیگر مثل نسبت مقداری آخر بطرف مقداری آخر باشد اینجا بطریق اربعهٔ متناسبه بضرب طرفین و وسطین مساوات حاصل کرده عمل نمایند * مثلاً ۳ک : ۱۲ :: ۵ : ۱۰) اینجا ۳ک × ۱۰ = ۱۲ × ۵ بلکه ۳۰ک = ۶۰ بلکه ک = $\frac{۶۰}{۳۰}$ = $\frac{۶}{۳}$ = $\frac{۲}{۱}$ * مثال دیگر $\frac{ک}{۳}$: م :: ب^{2} : م) اینجا ک مجهول است پس ۲م $\frac{ک}{۳}$ = م ب بلکه ۲م ک = ۳م ب بلکه ک = $\frac{۳م ب}{۲م}$ * مثال دیگر ۱۲ − ک : $\frac{ک}{۲}$ :: ۴ : ۱) اینجا ۱۲ − ک = $\frac{۴ک}{۲}$ = ۲ک بلکه ۲ک + ک = ۱۲ یعنی ۳ک = ۱۲ بلکه ک = $\frac{۱۲}{۳}$ = ۴ *

قیم

چون در بنجا مقدار نسبت سه است ومقدار مدهٔ پنج وهرگاه از ان واحد کم کردم چهار ماند وآن عدد منزل مال مال است بس مسطح ۲ که عدد اول است در مالمال ۳ که عدد نسبت است = ۱۶۲ که عدد اخیر است میشود *

فائدهٔ نهم اگر مجموع مقادیر متوالیه علی نسبت هندسی را بدانیم پس مسطح مقدار اخیر را در مقدار نسبت گرفته تفاضل مابین آن ومقدار اول را بر مقدار نسبت بواحد کم قسمت کنم که خارج قسمت مطلوب باشد مثلا خواستم که مجموع ۲ و ۴ و ۸ وغیر آن تا ۵۱۲ بدانم چون مقدار نسبت دو است بس $\frac{۲-(۲\times ۵۱۲)}{۱-۲}=\frac{۲-۱۰۲۴}{۱}=۱۰۲۲$ وهو المطلوب وهمچنین اگر مقدار اول م ومقدار نسبت ر ومقدار آخر (مرⁿ) وخواهم که مجموع جمیع مقادیر بدانم درینصورت

$$\frac{(\text{مر}^{ن}\times\text{ر})-\text{م}}{\text{ر}-۱}=\frac{\text{مر}^{ن}-\text{م}}{\text{ر}-۱}=\frac{(\text{ر}^{ن}-۱)\times\text{م}}{\text{ر}-۱}$$ وهو المطلوب *

فائدهٔ دهم اگر چهار مقادیر متناسبه باشد آنها از روی تبدیل بموجب تفصیل ذیل در نسبت معتبر خواهد بود *

اول نسبت متساوی م : ب :: س : ء .... خواه ۲ : ٦ :: ۵ : ۱۵

دویم قلب النسبة ب : م :: ء : س .... خواه ٦ : ۲ :: ۱۵ : ۵

سیوم ابدال النسبة م : س :: ب : ء .... خواه ۲ : ۵ :: ٦ : ۱۵

چهارم ترکیب النسبة م : م+ب :: س : س+ء ... خواه ۲ : ۸ :: ۵ : ۲۰

پنجم نسبت استثنائیه م : ب−م :: س : ء−س ... خواه ۲ : ۴ :: ۵ : ۱۰

واین را تفریق النسبة وفصل النسبة نیز گویند

ششم نسبت مخلوط ب+م : ب−م :: ء+س : ء−س خواه ۸ : ۴ :: ۲۰ : ۱۰

واین را بصحت مع الترکیب والتفریق نیز خوانند

هفتم نسبت مضروبه ر م : ر ب :: س : ء ...... خواه ۲×۳ : ٦×۳ :: ۵ : ۱۵

هشتم نسبت منقسمه م−ر : ب−ر :: س : ء ...... خواه $\frac{۲}{۲}:\frac{٦}{۲}$ :: ۵ : ۱۵

نهم هرگاه چهار مقادیر متناسبه باشد ونسبت اول بطرف چهارم مثل نسبت اول بطرف سیوم باشد بس آن همه چهار مقادیر متساوی خواهد بود چنانکه م و ب و س و ء چهار مقادیر متناسبه

= ۱۸۶ پس ک = $\frac{۱۸۶}{۸}$ = $\frac{۲۳}{۴}$ وهو المطلوب ** سؤال هفتم [$\frac{۲ک}{۳}$] + ۵ = ۷ پس مقدار ک

چه باشد * جواب چون اینجا [$\frac{۲ک}{۳}$] = ۷ − ۵ = ۲ پس از روی تربیع $\frac{۲ک}{۳}$ = ۲² = ۴

و از روی ضرب مخرج ۲ک = ۱۲ پس ک = ۶ ** سؤال هشتم ک + [م² + ک²] = $\frac{۲م²}{[م² − ک²]}$

پس مقدار ک چه باشد * جواب چون بحسب ضرب مخرج ک [م² + ک² + م² + ک² =

۲م² بلکه ک [م² + ک² = م² − ک² و بحسب التربیع ک² × (م² + ک²) = (م² − ک²)²

= م⁴ − ۲م²ک² + ک⁴ بلکه ک²م² + ک⁴ = م⁴ − ۲م²ک² + ک⁴ بلکه ک²م² + ۲م²ک² =

م⁴ بلکه ۳م²ک² = م⁴ و بحسب قسمت معادله علی ۳م² خارج ک² = $\frac{م²}{۳}$ پس ک =

م × [$\frac{۱}{۳}$] وهو المطلوب *

بیان دویم * در طریق استخراج مقدار مجهول و پیدا کردن معادله های مشتمل در یکی از دو مجهول و در آن چند قواعد است *

قاعدهٔ اول * اول یک مجهول در مقدار هر یک معادله که مشتمل بر مقدار مجهول و مقدار معلوم باشد بهم رسانند و بعد از آن مساوات آنرا از روی آن معادلها درست کنند که یک معادلهٔ نو مشتمل در مجهول ثانی شود پس مجهول ثانی را بطریقهٔ در بیان اول گذشت خارج کنند و بعد از آن مقدار مجهول اول نیز ضرورةً معلوم خواهد شد * مثال ک + ۳ے = ۲۳ و ۵ک −

۲ے = ۱۰ پس اگر مقدار ک و ے را معلوم کنیم اول مقدار ک را از روی هر دو معادله

برآوردیم بموجب معادلهٔ اول ک = $\frac{۲۳ − ۳ے}{۲}$ و بموجب معادلهٔ دویم ک = $\frac{۱۰ + ۲ے}{۵}$

و ازین سبب $\frac{۲۳ − ۳ے}{۲}$ = $\frac{۱۰ + ۲ے}{۵}$ بلکه ۱۱۵ − ۱۵ے = $\frac{۲۰ + ۴ے}{۱}$ پس ۱۱۵ −

۱۵ے = ۲۰ + ۴ے بلکه ۱۹ے = ۱۱۵ − ۲۰ = ۹۵ پس ے = $\frac{۹۵}{۱۹}$ = ۵ و چون ک =

$\frac{۲۳ − ۳ے}{۲}$ بود و هرگاه مقدار ے معلوم شد پس ک = $\frac{۲۳ − ۱۵}{۲}$ = $\frac{۸}{۲}$ = ۴ وهو المطلوب *

مثال دویم ک + ے = م و ک − ے = ب و مقدار ک و ے مجهول است پس

بدون اشتمال مضلعی در آن مثل ک − م + ب = س و در اینجا مجهول صرف مقدار ک) است
واین را (سمپل ایکویشن) گویند (سمپل) بمعنی مفرد است و درین مطلب چند بیان است *

بیان اول در ترکیب معلوم کردن مقدار مجهول مفرد بموجب قواعد مفصلهٔ ذیل
واین را (ریدیکشن اف ایکویشن) گویند (ریدکشن) بمعنی تقابل و تخفیف است *

قاعدهٔ اول هرگاه شامل مجهول دیگر مقادیر هم باشند پس آن مقادیر را از یک طرف
مقابله بطرف دیگر نقل کند مع تبدیل نشان مثبت و منفی و اینز مقادیریکه مشتمل بر رقم مجهول
باشد اگر بطرف دیگر مقابله واقع شوند آن همه را بطرف مجهول همچنان مع تبدیل نشان
مثبت و منفی نقل نمایند مثلاً ک + ۳ = ۷ پس اینجا ک = ۷ − ۳ = ۴ ❊ مثال دیگر
ک − ۴ + ۶ = ۸) اینجا ک = ۸ + ۴ − ۶ = ۶ ❊ مثال دیگر ک − م + ب = س − د
چون مجهول ک) است پس ک = س − د + م − ب ❊ مثال دیگر ۴ ک − ۸ = ۳ ک
+ ۲۰) اینجا ۴ ک − ۳ ک = ۲۰ + ۸ = ک = ۲۸ *

قاعدهٔ دویم اگر رقم مقدار مجهول مضروب در کدام مقدار دیگر باشد آن مقدار مضروب فیه
را ساقط کند و ارقام دیگر را که بطرف مقابلهٔ دیگر باشد بر رقم مضروب فیه مسقط قسمت
کند مثلاً م ک = م ب − م (و اینجا ک مجهول است و مضروب فیه م پس م را ساقط
کرده مقادیر طرف آخر را بر م قسمت نمودم ک = ب − ۱ ماند ❊ مثال دیگر ۲ ک
+ ۴ = ۱۶) اینجا ک + ۲ = ۸ بلکه ک = ۸ − ۲ = ۶ و همچنین م ک + ۲ ب م = ۳ س چون
اینجا ک مجهول است پس ک = ۳ س / م − ۲ ب *

قاعدهٔ سوم اگر رقم مجهول مقسوم بر کدام مقدار باشد آن مقدار مقسوم علیه را حذف
کند و دیگر همه حروف مقابله را در آن مقسوم علیه ضرب سازند مثلاً ک / ۲ = (۵ + ۸) اینجا
ک = ۱۰ + ۱۶ = ۲۶ ❊ مثال دیگر ک / م = ب + س − د) اینجا ک مجهول است پس
ک = م ب + م س − م د ❊ مثال دیگر ۲ ک / ۳ − ۲ = ۶ + ۴) اینجا ۲ ک − ۶ = ۱۸ + ۱۲
بلکه ک = ۳۶ / ۲ = ۱۸ *

= م ی / ب وهرگاه در معادلهٔ ثانی مقدار ک را از حاصل بدل کردم م^۲ ی^۲ / ب^۲ + ی^۲ = م بلکه
م^۲ ی^۲ + ب^۲ ی^۲ = ب^۲ م بلکه ی^۲ = ب^۲ م / (م^۲ + ب^۲) دراینصورت بحسب تجذیر ی = √(ب^۲ م / (م^۲ + ب^۲))
وضرورةً ک = √(م^۳ / (م^۲ + ب^۲)) وهو المطلوب *

قاعدهٔ سیوم اول مقدارهای یک مقابله را در کدام عدد حسب مناسب ضرب کنند یا بر کدام عدد قسمت نمایند وخواه دو عدد ومقابله بهمین طور عمل مارند بحیثیکه مقدار یک مجهول در هر دو معادله مساوی افتد پس از روی جمع یا تفریق هر دو معادله یک معادلهٔ دیگر پیدا خواهد شد که مشتمل بر مقدار یک مجهول باشد پس آن مجهول را بموجب بیان اول خارج کنند که ضرورةً مجهول دویم بیرون خارج خواهد شد * مثال ۳ ک + ۵ ی = ۴۰ و ک + ۲ ی = ۱۴ ومقدار ک و ی مجهول است پس مقابلهٔ دویم را اگر در سه ضرب کردیم ۳ ک + ۶ ی = ۴۲ شد وهرگاه از آن مقابلهٔ اولی را تفریق کردیم ۶ ی − ۵ ی = ۴۲ − ۴۰ بلکه ی = ۲ گردید واز این سبب ضرورةً ک = ۱۴ − ۴ = ۱۰ وهو المطلوب * مثال دویم ۵ ک − ۳ ی = ۹ و ۲ ک + ۵ ی = ۱۶ ومقدار ک و ی مجهول است پس اگر مقابلهٔ اولی را در دو ومقابلهٔ دویم را در پنج ضرب کردیم پس ۱۰ ک − ۶ ی = ۱۸ حاصل مقابلهٔ اولی شد و ۱۰ ک + ۲۵ ی = ۸۰ حاصل مقابلهٔ دویم گردید پس حاصل مقابلهٔ اولی را از حاصل مقابلهٔ دویم منها نمودیم باقی ۳۱ ی = ۶۲ ماند بلکه ی = ۲ وضرورةً ک = (۹ + ۶) / ۵ = ۳ وهو المطلوب *
وطریق دیگر اگر مقابلهٔ اولی را در پنج ومقابلهٔ ثانی را در سه ضرب کنیم پس حاصل مقابلهٔ اولی ۲۵ ک − ۱۵ ی = ۴۵ وحاصل مقابلهٔ ثانی ۶ ک + ۱۵ ی = ۴۸ پس از روی جمع هر دو مقابله ۳۱ ک = ۹۳ بلکه ک = ۳ پس ضرورةً ی = (۱۶ − ۶) / ۵ = ۲ *

بیان سیوم در طریق استخراج مقادیر سه مجهول وبهمین بیان [illegible] مشتمل باشد *
قاعده هرسه مقادیر مجهول را بسه حرف تعبیر کرده مقدار مجهول اول [illegible] حاصل سازیم که مشتمل بر مقادیر دو مجهول باقی خواهد بود [illegible] مقابلهٔ اولی حاصل شده است [illegible] مقابلهٔ دویم وسیوم [illegible]

قاعدهٔ هفتم * اگر مقادیر متساوی به مع نشان متساوی در هر دو طرف مقابله باشند یعنی متداخلین بوند آنها را از هر دو طرف ساقط کنند و همچنین اگر مضروب یا مقسوم علیه در همه ارقام مساوی باشد پس آنها را حذف نمایند * مثلاً ۴ ک + م = ب + م) اینجا ۴ ک = ب بلکه ک = ب/۴ ٭ مثال دیگر ۳ م ک + ۵ م ب = ۸ م س) اینجا ۳ ک + ۵ ب = ۸ س بلکه ک = (۸ س − ۵ ب)/۳ ٭ مثال دیگر ۲ک/۳ − ۸/۳ = ۱۶/۳ − ۸/۳) اینجا ۲ ک = ۱۶ بلکه ک = ۸ ٭

سؤال ۵ ک − ۱۵ = ۲ ک + ۶ پس مقدار ک بهم باید رسانید که چه باشد ٭ جواب چون ۵ ک − ۲ ک = ۶ + ۱۵ بلکه ۳ ک = ۲۱ بلکه ک = ۲۱/۳ = ۷ وهو المطلوب ٭ سؤال دوم ۵ م ک − ۳ ب = ۲ د ک + س پس مقدار ک چه باشد ٭ جواب چون ۵ م ک − ۲ د ک = س + ۳ ب بلکه (۵ م − ۲ د) × ک = س + ۳ ب) ازین سبب ک = (س + ۳ ب)/(۵ م − ۲ د) وهو المطلوب ٭ سؤال سوم ۳ ک² − ۱۰ ک = ۸ ک + ک² پس مقدار ک چه باشد ٭ جواب چون اینجا بحسب قسمت معادله علی ک * ۳ ک − ۱۰ = ۸ + ک بلکه ۳ ک − ک = ۸ + ۱۰ = ۱۸ بلکه ۲ ک = ۱۸ بلکه ک = ۹ ٭ سؤال چهارم ۶ م ک² − ۱۲ م ب ک² = ۳ م ک³ + ۶ م ک² پس مقدار ک چه باشد ٭ جواب چون اینجا از روی قسمت معادله علی ۳ م ک² خارج ۲ ک − ۴ ب = ک + ۲ بلکه ۲ ک − ک = ۲ + ۴ ب بلکه ک = ۲ + ۴ ب وهو المطلوب ٭ سؤال پنجم ک/۲ − ک/۳ + ک/۴ = ۱۰ پس مقدار ک چه باشد ٭ جواب چون از روی ضرب مخرج اول ک − ۲ک/۳ + ۲ک/۴ = ۲۰ و از روی ضرب مخرج دویم ۳ ک − ۲ ک + ۶ک/۴ = ۶۰ و از روی ضرب مخرج سیوم ۱۲ ک − ۸ ک + ۶ ک = ۲۴۰ بلکه ۱۰ ک = ۲۴۰ پس ک = ۲۴ وهو المطلوب ٭ سؤال ششم (ک − ۳)/۲ + ک/۳ = ۲۰ − (ک − ۱۹)/۲ پس مقدار ک چه باشد ٭ جواب چون اینجا بسبب ضرب مخرج اول ک − ۳ + ۲ک/۳ = ۴۰ − ک + ۱۹ و از روی ضرب مخرج دویم ۳ ک − ۹ + ۲ ک = ۱۲۰ − ۳ ک + ۵۷ بلکه ۳ ک + ۲ ک + ۳ ک = ۱۲۰ + ۵۷ + ۹ بلکه ۸ ک

سؤال اول بهم رسان دو عدد بحیثیکه مجموع آن هردو ۴۰ و تفاضل آن هردو ۱۶ باشد * جواب اصغر را ک فرض کردم پس اعظم ک + ۱۶ شد درینصورت ک + ک + ۱۶ = ۴۰ بلکه ۲ ک = ۲۴ بلکه ک = ۱۲ و آن عدد اصغر است پس ۱۲ + ۱۶ = ۲۸ و آن عدد اعظم است * سؤال دویم کدام عدد است که ثلث از ربع او بقدر شانزده زیاده است * جواب مجهول را ک فرض کردم پس ۱ ک/۳ = ک/۳ و همچنین ۱ ک/۴ = ک/۴ و ازین سبب ک/۳ − ک/۴ = ۱۶ بحسب سؤال پس ک − ۳/۴ ک = ۴۸ بلکه ۴ ک − ۳ ک = ۱۹۲ بلکه ک = ۱۹۲ * سؤال سیوم قسمت کن یک هزار را بسه حصه بشرطیکه حصهٔ اولی از حصهٔ دویم بقدر هفتاد و دو زیاده باشد و حصهٔ سیوم از حصهٔ اولی بقدر یک صد زیاده باشد * جواب حصهٔ دویم را ک فرض کردم پس ک + ۷۲ = حصهٔ اولی و ک + ۱۷۲ = حصهٔ سیوم درینصورت ک + ک + ۷۲ + ک + ۱۷۲ = ۱۰۰۰ بلکه ۳ ک + ۲۴۴ = ۱۰۰۰ بحسب السؤال بلکه ۳ ک = ۷۵۶ بلکه ک = ۷۵۶/۳ = ۲۵۲ و این مقدار حصهٔ دویم است پس مقدار حصهٔ اولی ۲۵۲ + ۷۲ = ۳۲۴ و مقدار حصهٔ ثالث ۲۵۲ + ۱۷۲ = ۴۲۴ وهو المطلوب * سؤال چهارم غنیمت یکهزار روپیه درمیان دو شخص تقسیم شده است بحیثیکه نسبت حصهٔ ایشان مثل نسبت هفت بطرف نه است پس مقدار حصهٔ هر یک چه باشد * جواب حصهٔ شخص اول را) ک فرض کردم پس حصهٔ ثانی ۱۰۰۰ − ک شد پس ک : ۱۰۰۰ − ک :: ۷ : ۹ بحسب السؤال درینصورت از روی اربعهٔ متناسبه ۹ ک = ۷۰۰۰ − ۷ ک بلکه ۹ ک + ۷ ک = ۷۰۰۰ بلکه ۱۶ ک = ۷۰۰۰ و ازین سبب ک = ۷۰۰۰/۱۶ = ۴۳۷½ و آن مقدار حصهٔ اولی است پس مقدار حصهٔ ثانی = ۵۶۲½ شد وهو المطلوب * سؤال پنجم فرشی مربع است که قیمت آن فی ذرعه دو (شلنگ)[۳] مساوی قیمت مجموع هر چهار ضلع آن فی ذرعه نیم (شلنگ) است پس مقدار یک ضلع آن چند ذرع باشد * جواب ضلع مطلوب را ک فرض کردم درینصورت ۴ ک = مجموع ذرعه‌های هر چهار ضلع باشد و ک² = مجموع ذرعه‌های مساحت فرش است پس ۴ ک × ½ = ۲ ک = قیمت عرض از روی هر چهار ضلع و ک [illegible]

(۳) شلنگ ، [illegible] *

ازروی هرد و مقابله مقدار ک معلوم کردم بموجب مقابلهٔ اول ک = م − ے وبموجب مقابلهٔ ثاني ک = ب + ے وازین سبب م − ے = ب + ے بلکه ۲ ے = م − ب بلکه ے = (م − ب)/۲ وچون ک = م − ے بود وهرگاه مقدار ے معلوم شد پس ک = م − (م − ب)/۲ = (م + ب)/۲ وهوالمطلوب ❀ مثال سیوم ½ ک + ⅓ ے = ۷ و ⅓ ک + ½ ے = ۸ ومقدار ک و ے مجهول است چون ازروی مقابلهٔ اول ک = ۱۴ − ۲ے/۳ وبموجب مقابلهٔ ثاني ک = ۲۴ − ۳ے/۲ وازین سبب ۱۴ − ۲ے/۳ = ۲۴ − ۳ے/۲ بلکه ۴۲ − ۲ ے = ۷۲ − ۹ے/۲ بلکه ۸۴ − ۴ ے = ۱۴۴ − ۹ ے بلکه ۵ ے = ۶۰ بلکه ے = ۱۲ ودرینصورت ک = ۱۴ − ۲۴/۳ = ۶ وهوالمطلوب ❀ مثال چهارم ک + ے = ۵ و ک² − ے² = د ومقدار ک و ے مجهول است چون بموجب مقابلهٔ اول ک = ۵ − ے وبموجب مقابلهٔ دویم ک = √(ے² + د) درینصورت ۵ − ے = √(ے² + د) وبحسب التربیع ۲۵ + ے² − ۱۰ ے = د + ے² بلکه ۲۵ = د + ۱۰ ے بلکه ۲۵ − د = ۱۰ ے پس ے = (۲۵ − د)/۱۰ ودرینصورت ک = ۵ − (۲۵ − د)/۱۰ بلکه ک = (د + ۲۵)/۱۰ وهوالمطلوب *

قاعدهٔ دوم * مقدار یک مجهول را ازیک مقابله که مشتمل برمقدار مجهول ثاني باشد حاصل کنند ودرمقابلهٔ دیگرمقدار مجهول اول را بمقدار حاصل بدل سازند که معادله صرف مشتمل برمقدار مجهول ثاني شود پس مقدار مجهول ثاني را بموجب بیان اول خارج نمایند که مقدار مجهول هم صرورة خارج خواهد شد * مثال ک + ۲ ے = ۱۷ و ۳ ک − ے = ۲ مقدار ک و ے مجهول است چون ازروی مقابلهٔ اول ک = ۱۷ − ۲ ے پس هرگاه مقدار ک را درمقابلهٔ ثاني ازحاصل بدل کردم ۳ × (۱۷ − ۲ ے) − ے = ۲ بلکه ۵۱ − ۶ ے − ے = ۲ بلکه ۵۱ − ۷ ے = ۲ بلکه ۷ ے = ۵۱ − ۲ = ۴۹ پس ے = ۷ درینصورت ک = ۱۷ − ۱۴ = ۳ وهوالمطلوب ❀ مثال دویم م : ب :: ک : ے و ک² + ے² = س مقدار ک و ے مجهول است چون بحسب اربعهٔ متناسبه م ے = ب ک پس ک

=ب * شکل سیوم کً - مرک = - ب * واین بعینه ثلثهٔ مقترنات است وقاعدهٔ استخراج مقدار ک که مجهول است برای این هرسه شکل در ذیل بیان کرده میشود *

قاعدهٔ اولی حرفی راکه بامقدار مجهول در یک طرف مقابله وصل است مبدل باعداد سازند وحرفی راکه درطرف آخر واقع است نیز باعداد بدل کنند چراکه آن هردو ضرورةً اعداد معلوم خواهند بود بعد ازان اگر با مجذور مقدار مجهول کدام عدد ما قبل باشد آنرا حذف کنند ویا بر همه اعداد مقابله را بران قسمت کنند ومربع نصف عدد ما قبل مجهول را بهردو طرف مقابله بیفزایند تا طرفی که دران مقدار مجهول واقع است یک مجذور کامل شود پس ضلع مجذور هردو طرف مقابله استخراج کنند که مقدار مجهول بحسب مقصود متعین شود *

فائده چون ضلع مجذور هریک مقدار مثبت ومنفي هردو میتواند شد پس برای ضلع مقابله مربعی دو رقم ظاهر خواهد شد چنانکه ضلع مجذور +مً یکی ازین دو خواهد بود +م خواه -م چراکه (+م) × (+م) خواه (-م) × (-م) هریک = +مً میشود وضلع مجذور -مً خواه [-مً محال است پس ضلع مجذور یک طرف این مقابله همیشه متساوی با مجذور مقدار مجهول ونصف عدد ما قبل او خواهد بود *

فائدهٔ دیگر در هر مقابله که دو مقدار معروض اند یکی مربع مقدار مجهول و دیگر عدد ما قبل مجهول که ضعف نصف خودش باشد وآن مقدار مجهول شيء بود خواه از متعدد شيء دریصورت جذر آن مقابله صاف خارج میتواند شد وازین مقدار مجهول که شيء است بر خوبي میتواند برآمد * مثلا کً + مرک = ب خواه کً - مرکً = ب دریصورت هردو مربع نصف مر بهردو طرف زیاده کنند وجذر بگیرند کً و صف عدد در صورت اول = [ب + ½ مً] خواهد شد وهمچنین درصورت ثاني کً - ½ مر = [ب + ¼ مً] چون مقدار ب وم معلوم است پس ضرورةً ازروی تجذیر جواب مقابله معین خواهد شد *

فائدهٔ سیوم در شکل اول که کً + مرک = ب) است بعد کً - ½ مر = [ب + ¼ مً) خواهد بود واین جذر از دو حال خالي نیست + [ب + ¼ مً] خواهد بود یا - [ب + ¼ مً] چراکه هر یک ازآن هردو مضروب في نفسه شوند حاصل ب + ¼ مً میشود پس دری صو

که مشتمل بر مقدار صرف مجهول ثالث باشد از هردو مقابله حاصل کنند وان هردو حاصل ثانی را باهم معادل کنند که یک مقابلهٔ نو مشتمل صرف بر مجهول ثالث خواهد بود پس استخراج مجهول ثالث بموجب بیان اول نمایند که بعد ازان مقادیر مجهول اول ودویم نیز ازان حاصل خواهد شد *

فائده باید دانست که درین ترکیب مقدار مجهول اکثر بسیار زود بهم میرسد وگاهی از انقلاب وضرب وتفریق نیز مقادیر مجهول حاصل میشوند * مثال ک + ے + ر = ۲۹ و ک + ۲ ے + ۳ ر = ۶۲ و $\frac{1}{2}$ ک + $\frac{1}{3}$ ے + $\frac{1}{4}$ ر = ۱۰ ومقدار ک و ے و ر هرسه مجهول است چون بموجب مقابلهٔ اولی ک = ۲۹ − ے − ر وبموجب مقابلهٔ دویم ک = ۶۲ − ۲ ے − ۳ ر وبموجب مقابلهٔ سیوم ک = ۲۰ − $\frac{2}{3}$ ے − $\frac{1}{2}$ ر وازین سبب ۲۹ − ے − ر = ۶۲ − ۲ ے − ۳ ر

ونیز ۲۹ − ے − ر = ۲۰ − $\frac{2}{3}$ ے − $\frac{1}{2}$ ر ودرینصورت ازمقابلهٔ اولی بعد اسقاط متداخلات

ے = ۳۳ − ۲ ر واز روی مقابلهٔ ثانی بعد اسقاط متداخلات ے = ۲۷ − $\frac{3}{2}$ ر وازین سبب

۳۳ − ۲ ر = ۲۷ − $\frac{3}{2}$ ر بلکه ر = ۱۲ پس ضرورةً ے = ۳۳ − ۲۴ = ۹ و ک = ۲۹ − ۹ − ۱۲ = ۸ وهوالمطلوب * مثال دویم $\frac{1}{2}$ ک + $\frac{1}{3}$ ے + $\frac{1}{4}$ ر = ۶۲ و $\frac{1}{3}$ ک + $\frac{1}{4}$ ے + $\frac{1}{5}$ ر = ۴۷ و $\frac{1}{4}$ ک + $\frac{1}{5}$ ے + $\frac{1}{6}$ ر = ۳۸ ومقدار ک و ے و ر مجهول است چون مقادیر هرسه مقابله را مخرج مشترک کسور مرفوع نمودم پس ضعف مقابلهٔ اولی مضروب در دوازده که مخرج مشترک است ۱۲ ک + ۸ ے + ۶ ر = ۱۴۸۸ وحاصل ضرب مقابلهٔ ثانی در شصت که مخرج مشترک است ۲۰ ک + ۱۵ ے + ۱۲ ر = ۲۸۲۰ وحاصل ضرب معادلهٔ ثالث دریک صد وبست که ضعف مخرج مشترک است ۳۰ ک + ۲۴ ے + ۲۰ ر = ۴۵۶۰ گردید پس هرگاه مقادیر مقابلهٔ دویم را ازضعف مقابلهٔ اولی ساقط نمودم باقی ۴ ک + ے = ۱۵۶ وسه چند مقابلهٔ سیوم را ازپنج گونه مقابلهٔ دویم ساقط کردم ۱۰ ک + ۳ ے = ۴۲۰ ماند وهرگاه درین معادلتین معادلهٔ ثانی را ازسه چند معادلهٔ اولی ساقط نمودم باقی ۲ ک = ۴۸ بلکه ک = ۲۴ وازین سبب چون ے = ۱۵۶ − ۴ ک پس ے = ۶۰ شد و ر = ۱۲۰ *

چراکه (۱/۴ م²) اعظم است از ب پس قدر اول ک) اعنی ک = + [(۱/۴ م² − ب)] + ۱/۲ م
مثبت خواهد بود بسبب هر دو ارقام مثبته وقدر دویم ک) اعنی ک = − [(۱/۴ م² − ب)]
+ ۱/۲ م نیز مثبت است بسبب اینکه (۱/۴ م²) اعظم است از (۱/۴ م² − ب) پس [۱/۴ م²] که ۱/۲ م
است اعظم خواهد بود از [(۱/۴ م² − ب)] پس ضرورة − [(۱/۴ م² − ب)] + ۱/۲ م همیشه مقدار
مثبت خواهد شد وازین سبب هرگاه ک² − م ک = − ب شود که شکل سیوم است مینویسم ک
= + [(۱/۴ م² − ب)] + ۱/۲ م و نیز ک = − [(۱/۴ م² − ب)] + ۱/۲ م برای مثبت مقدار ک

وباید دانست که درین شکل سیوم اگر ب) اعظم باشد از ۱/۴ م² پس مثال صریح غیر ممکن خواهد بود
بسبب اینکه مجذور کدام مقدار مثبت باشد یا منفی هرگز منفی نمی تواند شد و هرگاه ب اعظم
از ۱/۴ م² باشد یک مقدار منفی خواهد بود درین صورت [(۱/۴ م² − ب)] محال و غیر ممکن خواهد بود*

مثال اول ک² + ۴ ک = ۱۴۰ و مقدار ک مطلوب است چون بحسب زیادت مجذور
نصف عدد ماقبل ک که چهار است ک² + ۴ ک + ۴ = ۱۴۰ + ۴ = ۱۴۴ و بحسب
التجذیر ک + ۲ = ۱۲) ازین سبب ک = ۱۲ − ۲ = ۱۰ مثال دویم ک² − ۶ ک + ۸
= ۸۰ و مقدار ک مطلوب است چون بحسب اسقاط چنین ک² − ۶ ک = ۸۰ − ۸ =
۷۲ و بحسب زیادت مجذور نصف عدد ماقبل ک که − ۶ است ک² − ۶ ک + ۹ =
۷۲ + ۹ = ۸۱ و بحسب التجذیر ک − ۳ = ۹) ازین سبب ک = ۹ + ۳ = ۱۲ مثال سیوم
۲ ک² + ۸ ک − ۲۰ = ۷۰ و مقدار ک مطلوب است چون بحسب جبر ۲ ک² + ۸ ک =
۷۰ + ۲۰ = ۹۰ و بحسب قسمت طرفین بر دو که عدد ماقبل مجذور است ک² + ۴ ک = ۴۵
و بحسب زیادت مجذور نصف عدد ماقبل ک تا ک² + ۴ ک + ۴ = ۴۹ و بحسب التجذیر
ک + ۲ = ۷ پس ک = ۷ − ۲ = ۵ مثال چهارم ۳ ک² − ۳ ک + ۶ = ۵/۲ و مقدار ک
مطلوب است بحسب قسمت بر ۳ که عدد ماقبل مجذور است ک² − ک = ...

۲ ÷ ۲ ک² = قیمت فرش ازروی ذرعه های مساحت پس ۲ ک² = ۲۰۰ ک وازین سبب ک² = ۱۰۰ ک بلکه ک = ۱۰ وآن مقدار ذرعه ضلع مطلوبه است * سؤال ششم مزدوری برای چهل روز اجرت کاري مقرر کرد بدین شرط که في یوم بیست فلوس بگیرد واگر غیرحاضر شود جریمانهٔ غیرحاضري في یوم هشت فلوس بدهد بعد اتمام میعاد یک (پوند) ویازده (شلنگ) وهشت فلوس یافت پس چند روز کار کرد وچند روز غیرحاضري بود * جواب چون دوازده فلوس را یک (شلنگ) وبیست (شلنگ) را یک (پوند) مقرر است پس عدد روزهای عمل را ک فرض کردم وعدد روزهای غیرحاضري را ۴۰ − ک پس ک × ۲۰ = ۲۰ ک وآن مقدار اجرت ایام عمل شد و (۴۰ − ک) × ۸ = ۳۲۰ − ۸ ک = مقدار جرمانهٔ غیرحاضري وازین سبب ۲۰ ک − (۳۲۰ − ۸ ک) = (۱ پوند + ۱۱ شلنگ + ۸ فلوس) = ۳۸۰ فلوس بحسب السؤال وبدین سبب ۲۰ ک − ۳۲۰ + ۸ ک = ۳۸۰ بلکه ۲۸ ک = ۳۸۰ + ۳۲۰ = ۷۰۰ پس ک = ۷۰۰/۲۸ = ۲۵ = ایام عمل ونیز ۴۰ − ک = ۴۰ − ۲۵ = ۱۵ = ایام غیرحاضري وهو المطلوب * سؤال هفتم کدام کسر است که اگر واحد برصورت کسر افزوده شود آن کسر یک ثلث گردد واگر واحد برمخرج آن افزوده شود آن کسر یک ربع شود * جواب کسر مجهول را ک/ے فرض کردم درینصورت (ک + ۱)/ے = ۱/۳ و ک/(ے + ۱) = ۱/۴ بحسب سؤال پس از روی ضرب مخرجین ۳ ک + ۳ = ے و ۴ ک = ے + ۱ وبحسب التفریق ۴ ک − ۳ ک − ۳ = ے + ۱ − ے بلکه ک − ۳ = ۱ بلکه ک = ۴ وچون ے = ۳ ک + ۳ بود درینصورت ے = ۱۲ + ۳ = ۱۵ شد پس کسر مطلوب ۴/۱۵ برآمد *

مطلب سیزدهم درمعادلات مرکب مربعي وآنرا (کوادرتک ایکویشن) گویند

(کوادر) عبارت ازمربع است باید دانست که مقابلهٔ مربعي دو قسم است یکي مقابلهٔ مربعي مفرد دوم مقابلهٔ مربعي مرکب چون ترکیب استخراج مقابلهٔ مربعی مفرد از مطلب دوازدهم ظاهر گردیده که رجوع بمعادلهٔ مفرد میشود لهذا الحال بیان استخراج معادلات مرکب مربعي کرده میشود بدانکه معادلهٔ مرکب مربعي آنست که مشتمل برمربع وشي باشد وآن منحصر درسه شکل است * شکل اول ک² + م ک = ب * شکل دوم ک² − م ک

وازین سبب عدد اعظم ۷ و عدد اصغر ۳ برآمد ۞ سؤال چهارم شخصی چادری خرید وبقیمت بست وچهار روپیه آنرا فروخت ونفع بحساب في صد مثل اصل خرید حاصل شد پس مقدار اصل قیمت ومقدار نفع چه باشد ۞ جواب اصل قیمت را ک فرض کردم پس مقدار نفع ۲۴ − ک شد درینصورت بحسب اربعهٔ متناسبه که ۱۰۰ : ک :: ک : ۲۴ − ک) است بحسب سؤال پس بحسب مساوات مسطح الطرفین ووسطین ک² = ۱۰۰ × (۲۴ − ک) = ۲۴۰۰ − ۱۰۰ ک پس ک² + ۱۰۰ ک = ۲۴۰۰ وبحسب زیادت مربع نصف عدد ماقبل ک میشود ک² + ۱۰۰ ک + ۲۵۰۰ = ۲۴۰۰ + ۲۵۰۰ = ۴۹۰۰ بحسب التجذیر ک + ۵۰ = ۷۰ پس ک = ۷۰ − ۵۰ = ۲۰) اصل قیمت چادر پس ۴ = نفع شد ۞ سؤال پنجم شخصی نرگاوان بقیمت هشتاد روپیه خرید کرد بحیثیتکه اگر چهار راس زیاده میشد قیمت في نرگاو از قیمت حال یک روپیه کم میشد پس نرگاو چند باشد ۞ جواب عدد نرگاوان را ک فرض کردم پس قیمت في راس ۸۰/ک شد بحسب زیادت چهار راس قیمت في راس ۸۰/(ک+۴) گردید درینصورت ۸۰/ک = ۸۰/(ک+۴) + ۱ بحسب السؤال شد [illegible] ۸۰ = ۸۰ ک/(ک+۴) + ک بحسب الضرب دانکه ۸۰ ک + ۳۲۰ = ۸۰ ک + ک² + ۴ ک بحسب [illegible] ک² + ۴ ک = ۳۲۰ بحسب اسقاط متداخلین [illegible] ک² + ۴ ک + ۴ = ۳۲۴ بحسب زیادت مربع نصف عدد ماقبل ک [illegible] ک + ۲ = ۱۸ بحسب التجذیر [illegible] ک = ۱۸ − ۲ = ۱۶ وازین عدد نرگاوان مطلوب است ۞ سؤال ششم کدام دو عدد اند که مجموع آنها [illegible] حاصل الضرب آنها [illegible] مساوی یک [illegible] جواب عدد اعظم ک وعدد اصغر را ے فرض کردم درینصورت ک − ے = ک ے [illegible] ک − ے

= ک² − ے² بحسب السؤال [illegible] = (ک² − ے²)/(ک + ے) = ک − ے [illegible]

[illegible] ک = ے − ۱ وازین سبب [illegible]

[illegible] = ۱ [illegible] پس [illegible] مربع نصف عدد [illegible]

این علامه نشان غیر معین مثبت و منفی ماقبل نشان جذرند بصورت نویسند $\pm$ مثل
$\text{ک} = \pm\sqrt{\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2}} - \frac{1}{2}\text{م}$ پس درین شکل $\text{ک} = \pm\sqrt{\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2}} - \frac{1}{2}\text{م}$ و چون
مقدار اول ک) اعنی $\text{ک} = +\sqrt{\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2}} - \frac{1}{2}\text{م}$ بسبب مثبت بودن مقدار ک همیشه
مثبت خواهد بود چراکه هرگاه $\frac{1}{4}\text{م}^{2} + \text{ب}$) اعظم از $\frac{1}{4}\text{م}^{2}$ پس ضرورةً ضلع مجذور اعظم اعنی
$\sqrt{\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2}}$ اعظم خواهد بود از جذر اصغر اعنی $\sqrt{\frac{1}{4}\text{م}^{2}}$ که مساوی $\frac{1}{2}\text{م}$) است پس
بلا شبهه $\sqrt{\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2}} - \frac{1}{2}\text{م}$ همیشه مثبت خواهد بود و قدر دویم ک) اعنی ک =
$-\sqrt{\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2}} - \frac{1}{2}\text{م}$ بسبب منفی بودن مقدار ک همیشه منفی خواهد بود چراکه درینجا
هر دو رقم منفی است پس مجموع منفی خواهد بود لهذا هرگاه $\text{ک}^{2} + \text{م}\,\text{ک} = \text{ب}$ که شکل
اول است می‌نویسیم $\text{ک} = +\sqrt{\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2}} - \frac{1}{2}\text{م}$ برای مثبت مقدار ک و همچنین ک
$= -\sqrt{\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2}} - \frac{1}{2}\text{م}$ برای منفی مقدار ک و همچنین در شکل دویم چون $\text{ک} = \pm$
$\sqrt{\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2}} + \frac{1}{2}\text{م}$ پس قدر اول ک) اعنی $\text{ک} = +\sqrt{\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2}} + \frac{1}{2}\text{م}$ همیشه
مثبت خواهد بود بسبب مثبت بودن هر دو رقم برای مثبت مقدار ک) اعنی ک =
$-\sqrt{\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2}} + \frac{1}{2}\text{م}$ همیشه منفی میشود برای منفی مقدار ک چراکه $(\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2})$ اعظم
از $\frac{1}{4}\text{م}^{2}$ پس $\sqrt{\text{ب} + \frac{1}{2}\text{م}^{2}}$ نیز اعظم خواهد بود از $\sqrt{\frac{1}{4}\text{م}^{2}}$ که مساوی $\frac{1}{2}\text{م}$) است پس ضرورةً
$-\sqrt{\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2}} + \frac{1}{2}\text{م}$ همیشه مقدار منفی خواهد بود و ازین سبب هرگاه $\text{ک}^{2} - \text{م}\,\text{ک}$
$= \text{ب}$ که شکل دویم است باشد می‌نویسیم $\text{ک} = +\sqrt{\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2}} + \frac{1}{2}\text{م}$ برای مثبت
مقدار ک و نیز $\text{ک} = -\sqrt{\text{ب} + \frac{1}{4}\text{م}^{2}} + \frac{1}{2}\text{م}$ برای منفی مقدار ک و ازین سبب در
هر دو شکل اول و دویم مقدار مجهول هر دو میتواند شد مثبت خواه منفی و در شکل سیوم
هرگاه $\text{ک} = \pm\sqrt{\frac{1}{4}\text{م}^{2} - \text{ب}} + \frac{1}{2}\text{م}$) است پس هر دو قدر ک مثبت خواهد بود

بلکه ر۲ − ۱۰ ر = −۱۶ بلکه ر۲ − ۱۰ ر + ۲۵ = ۲۵ − ۱۶ = ۹ بحسب زیادت مربع نصف عدد ما قبل
پس ر − ۵ = ۳ بحسب التجذیر بلکه ر = ۳ + ۵ = ۸ و ضرورةً ک = ۱۴ − ے − ر = ۱۴ −
۴ − ۸ = ۲ پس اعداد ثلثه ۲ و ۴ و ۸ مطلوب است ۞ سؤال بهم کدام دو عدد اند که مجموع
آنها م معلوم است و مسطح آنها ب معلوم و مقصود است دانستن مجموع مجذورین آنها
و تعیین آنها بمثل مال آنها پس طریق آن چه باشد جواب آن عدد را فرض کردیم ک و ے
پس ک + ے = م و ک ے = ب بحسب السؤال بلکه (ک + ے)۲ = ک۲ + ۲ ک ے
+ ے۲ = م۲ بحسب التربیع و ک۲ + ۲ ک ے + ے۲ − ۲ ک ے = م۲ − ۲ ب
بلکه ک۲ + ے۲ = م۲ − ۲ ب = مجموع مجذور آن عدد و نیز (ک۲ + ے۲) ، (ک + ے)
= (م۲ − ۲ ب) × م بحسب الضرب بلکه ک۳ + ک ے ، (ک + ے) + ے۳ = م۳
− ۲ م ب بلکه ک۳ + م ب + ے۳ = م۳ − ۲ م ب بسبب مساوات م ب و ک ے ،
(ک + ے) و از این سبب مجموع ک۳ + ے۳ = م۳ − ۳ م ب = مجموع مکعب آن عدد و نیز
چون (ک۲ + ے۲) ، (ک + ے) = (م۲ − ۲ م ب) ، م بحسب الضرب پس ک۴
+ ک ے × (ک۲ + ے۲) + ے۴ = م۴ − ۲ م۲ ب ... ک ب ، (م۲ − ۲ ب) +
ے۴ = م۴ − ۲ م۲ ب بسبب مساوات ب ، (م۲ − ۲ ب) ، ک ے ، (ک۲ + ے۲)
پس ضرورةً ک۴ + ے۴ = م۴ − ۲ م۲ ب − ب (م۲ − ۲ ب) = م۴ − ۴ م۲ ب + ۲ ب۲ =
مجموع مال مال آنها و همچنین تا هر جا که خواهند اخراج کنند ۞ سؤال ... عدد ...
علی نسبت ... که مجموع آنها م معلوم است و مجموع ... آنها ب
معلوم است و مقصود است استخراج آن اعداد ۞ جواب ... ک و ے فرض کردیم
در صورت طرف اول $\frac{ک}{ے}$ طرف آخر $\frac{ے}{ک}$ ... مجموع ...
فرض کردیم و مسطح آنها ... در صورت مجموع ... م ... بحسب ...
و مسطح طرفین ... ک − ے = م −
... بحسب سؤال ... $\frac{ک}{ے} - \frac{ے}{ک}$ = م − ... = ک − ے

$\frac{۱}{۹}$ و بسبب اسقاط متداخلین $ک^{۲} - ک = \frac{۱}{۲} - ۲$ و بحسب زیادت مربع نصف عدد ما قبل ک خواهد بود $ک^{۲} - ک + \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۲} - ۲ + \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۳۶}$ و بحسب التجذیر $ک - \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۶}$ پس $ک = \frac{۲}{۳}$ *

بیان سؤالات

سؤال اول * کدام دو عدد اند که تفاضل ما بین آنها هشت و مسطح آنها (۲۴۰) است * جواب اصغر را ک فرض کردم پس اعظم (ک + ۸) شد و هرگاه هر دو را باهم ضرب کردم $ک \times (ک + ۸) = ۲۴۰$ بحسب السؤال در اینصورت $ک^{۲} + ۸ک = ۲۴۰$ و بحسب زیادت مربع نصف عدد ما قبل ک میشود $ک^{۲} + ۸ک + ۱۶ = ۲۴۰ + ۱۶ = ۲۵۶$ و بحسب التجذیر $ک + ۴ = ۱۶$ پس $ک = ۱۶ - ۴ = ۱۲$ و این مقدار عدد اقل است پس اعظم $۱۲ + ۸ = ۲۰$ و هو المطلوب ** سؤال دویم قسمت کنند عدد شصت را بدو حصه بحیثیتیکه مسطح آن دو ۸۶۴ باشد * جواب حصهٔ اعظم را ک فرض کردم پس اصغر $۶۰ - ک$ شد در اینصورت $ک \times (۶۰ - ک) = ۶۰ک - ک^{۲} = ۸۶۴$ بحسب السؤال پس $ک^{۲} - ۶۰ک = -۸۶۴$ و بحسب زیادت نصف مربع عدد ما قبل ک کما ذکر $ک^{۲} - ۶۰ک + ۹۰۰ = -۸۶۴ + ۹۰۰ = ۳۶$ و بحسب التجذیر $ک - ۳۰ = \sqrt{۳۶} = ۶$ پس $ک = ۶ + ۳۰ = ۳۶$ و آن مقدار حصهٔ اعظم است پس اصغر = ۲۴ و هو المطلوب ** سؤال سیوم * کدام دو عدد اند که مجموع آنها ده است و مجموع مربعین آنها پنجاه و هشت * جواب عدد اعظم را ک فرض کردم و مجموع را که ده معلوم است م فرض نمودیم پس اصغر $م - ک$ شد و مجموع مجذورین را که نیز معلوم است ب فرض کردم پس $ک^{۲} + (م - ک)^{۲} = ۲ک^{۲} + م^{۲} - ۲مک = ب$ بحسب السؤال بلکه $ک^{۲} + \frac{م^{۲}}{۲} - مک$ $= \frac{ب}{۲}$ بحسب قسمت علی دو بلکه $ک^{۲} - مک = \frac{ب}{۲} - \frac{م^{۲}}{۲} = \frac{ب - م^{۲}}{۲}$ بحسب الجبر در اینصورت $ک^{۲} - مک + \frac{م^{۲}}{۴} = \frac{ب - م^{۲}}{۲} + \frac{م^{۲}}{۴} = \frac{۲ب - م^{۲}}{۴}$ بحسب زیادت مربع نصف م پس $ک - \frac{م}{۲} = \sqrt{\frac{۲ب - م^{۲}}{۴}}$ بحسب التجذیر پس $ک = \pm \sqrt{\frac{۲ب - م^{۲}}{۴}} + \frac{م}{۲}$ و این عدد اعظم است و چون $م - \left\{ \frac{م}{۲} \pm \sqrt{\frac{۲ب - م^{۲}}{۴}} \right\} = \pm \sqrt{\frac{۲ب - م^{۲}}{۴}} + \frac{م}{۲}$ = عدد اصغر است

×(ک − ب)×(ک − م) = ۰ صورت یک معادلهٔ کعبی خواهد شد یا معادلهٔ سه مقداری
و نیز حاصل الضرب چهار از آنها مثل (ک − م)×(ک − ب)×(ک − م)×(ک − و)
= ۰ صورت یکمعادلهٔ مالمالی خواهد شد یا صورت یکمعادله چهار مقداری و هکذا بعد
ذلک پس درینصورت هریک ازان مقادیر معلومات که در مثالهٔ معادل معرف مجهول
بودند در معادلهٔ مرکب اعظم حاصل ضرب هریک در مقدار مجهول است با هریک با مقدار
مجهول وصل کرده شده اند * مثلاً اگر هریک مقدار ک که م و ب و م و و فرض کرده شده است
هرگاه بیکطرف آورده و برای معادلهٔ مالمالی باهم ضرب کرده شود مثل (ک − م)×
(ک − ب)×(ک − م)×(ک − و) همه اجزاء این مقادیر معدوم خواهد شد و مجموع
مساوی صفر که لاشیٔ است خواهد بود چراکه درینجا سوای آن هرچهار مقدار که مقدم
ک آورده شده اند دیگر نیستند پس حاصل ترکیب معدوم خواهد بود و مساوی معادلهٔ
منفی که از ترکیب امثال [illegible] ازان هرچهار ضلع اول حاصل است و از ترکیب هریکی
ازان هرچهار مقادیر معلومه پیدا میشود خواهد بود و مقدار مساوات و ترکیب [illegible] امثال مقادیر
معلومه که شامل مقدار مجهول خواهد بود منفی خواهد شد * مثلاً اگر چهار مقدار م و ب
و م و و را بعدد تعبیر کنیم ۱ و ۲ و ۳ و ۴ پس ضرورة دو مالمالی معادلهٔ ک^۴ − ۱۰ ک^۳
+ ۳۵ ک^۲ − ۵۰ ک + ۲۴ = ۰ حاصل خواهد بود و لاشبهه است که با جز دیگر مقدار ک سوای
این هرچهار منفی نمیتواند شد چراکه اگر کدام عدد دیگر [illegible] ک معین
کرده شود هیچ از اجزاء معدوم نمیتواند شد و این سبب آنست که در معادلهٔ مذکوره مقدار
ک را که مختلف است [illegible]
[illegible]
[illegible] ک = − م و ک = ب و ک
= − م و ک = ۴ [illegible] ک − م = ۰ و ک − ب = ۰ و ک − م = ۰ و ک
− و = ۰ و ازین سبب دو مالمالی [illegible] (ک − م)(ک − ب)(ک − م)(ک
− و) = ۰ [illegible]
[illegible]

میشود ے^۲ − ے + ۱/۴ = ۱ + ۱/۴ وبحسب التجذیر ے − ۱/۲ = √(۱ ۱/۴) = √(۵/۴) = √۵/۲ پس ضرورةً ے = √۵/۲ + ۱/۲ = (۱ + √۵)/۲ و ک = ے + ۱ = (۳ + √۵)/۲ وهرگاه این معادله را تبدیل بعدد کرده شود باعتبار کسور اعشاریه پس ک = ۲٫۶۱۸۰۳ و ے = ۱٫۶۱۸۰۳ وهو المطلوب ۞

سؤال هفتم کدام چهار عدد اند علی نسبت عددی که تفاضل ما بینها متساوی است وحاصل الضرب طرفین ۴۵ وحاصل ضرب وسطین ۷۷ ۞ جواب عدد اول را) ک فرض کردم ومقدار تفاضل مشترک را) ے دربصورت ک و ک + ے و ک + ۲ ے و ک + ۳ ے مقدار هر چهار عدد باشد پس مسطح الطرفین ک × (ک + ۳ ے) = ک^۲ + ۳ ک ے = ۴۵ و (ک + ے) × (ک + ۲ ے) = مسطح الوسطین = ک^۲ + ۳ ک ے + ۲ ے^۲ = ۷۷ بحسب السؤال دربنصورت ۲ ے^۲ = ۷۷ − ۴۵ = ۳۲ بحسب التفریق بلکه ے^۲ = ۱۶ بحسب القسمة بلکه ے = ۴ بحسب التجذیر پس ک^۲ + ۳ ک ے = ک^۲ + ۱۲ ک = ۴۵ بحسب مقابلة مسطح الطرفین بلکه ک^۲ + ۱۲ ک + ۳۶ = ۴۵ + ۳۶ = ۸۱ بحسب زیادت مربع نصف عدد مقابل ک وبحسب التجذیر ک + ۶ = ۹ پس ک = ۳ دربنصورت اعداد اربعه ۳ و ۷ و ۱۱ و ۱۵ شد وهو المطلوب ۞

سؤال هشتم کدام سه عدد اند علی نسبت متوالیة هندسی که مجموع آنها ۱۴ ومجموع مجذورهای آنها ۸۴) است ۞ جواب هر سه اعداد را ک و ے و ر فرض کردم چون در سه اعداد متوالیه علی نسبت هندسی مسطح الطرفین مساوی مربع وسطی باشد دربنصورت ک ر = ے^۲ وچون ک + ے + ر = ۱۴ و ک^۲ + ے^۲ + ر^۲ = ۸۴ بحسب السؤال است پس ک + ر = ۱۴ − ے بحسب مقابلة اولی و ک^۲ + ۲ ک ر + ر^۲ = ۱۹۶ − ۲۸ ے + ے^۲ بحسب التربیع بلکه ک^۲ + ر^۲ + ۲ ے^۲ = ۱۹۶ − ۲۸ ے + ے^۲ بحسب مساوات ۲ ک ر با ۲ ے^۲ دربنصورت ک^۲ + ر^۲ + ے^۲ = ۱۹۶ − ۲۸ ے بحسب اسقاط المتداخلین بلکه ۱۹۶ − ۲۸ ے = ۸۴ بحسب مساوات مجموع مجذورات ازین سبب ے = (۱۹۶ − ۸۴)/۲۸ = ۴ پس ک ر = ے^۲ = ۱۶ بلکه ک = ۱۶/ر بلکه ک + ے + ر = ۱۶/ر + ۴ + ر = ۱۴ بلکه ۱۶ + ۴ ر + ر^۲ = ۱۴ ر بحسب ضرب مخرج

متبدل از طرف مثبت بطرف منفی یا از طرف منفی بطرف مثبت خواهند شد و باقی همه منفی
و بدین سبب در همه معادله اگر بود حد دو متمایلین مفردین مثبت باشد یا یکی منفی بود پس
یک نشان مثبت و یک نشان منفی خواهد بود چنانکه درین مقابله ک² − (م + ب) ک + م ب
= ۰ خواه (ک − م) × (ک − ب) = ۰ اینجا دو نشان مختلف است و ازین جهت
هر دو مقدار معلوم معادله معود مثبت است و همچنین درین معادله ک² + (م + ب) ک + م ب = ۰
خواه (ک + م) × (ک + ب) اینجا در نشانها اختلاف نیست لهذا ضرورةً هر دو معادله معوده
معادلین مفردین منفی خواهد بود و همچنین درین معادله ک² − (م − ب) ک − م ب = ۰
خواه (ک − م) × (ک + ب) چون اینجا دو نشان منفی است پس ضرورةً یک مقدار
معادله مفرد مثبت خواهد بود و یکی منفی چرا که رقم اول مثبت است و آخر منفی [illegible]
تبدیل نشان رقم درینجا ضرورةً از طرف مثبت بطرف منفی خواهد شد و همچنین در یکی [illegible]
همه مقادیر معلومه معادلات متعدده ممکن است که مثبت باشد یا همه منفی [illegible]
و یکی مثبت یا یکی منفی و دو مثبت چنانکه درین معادله (ک − م) × (ک − ب) ×
(ک − م) = ۰ نشانهای این معادله علی الترتیب مثبت و منفی خواهد بود چرا که [illegible]
[illegible] است و این ارقام معلومه ضرورةً همه مثبت خواهد بود و همچنین درین معادله
(ک − م) × (ک + ب) × (ک + م) = ۰ [illegible] خواهد شد [illegible]
مثبت خواهد [illegible] ضرورةً ارقام معلومه این معادله منفی خواهد بود و همچنین درین معادله
ک³ − (م + ب − م) ک² + (م ب − م م − ب م) ک + م ب م = ۰ یا (ک − م)
× (ک − ب) × (ک + م) دو نشان [illegible] پس دو مقدار [illegible] این معادله
مثبت اند و یکی منفی درینصورت اگر م − ب [illegible]
یعنی − م − ب + م ضرورةً منفی [illegible]
رقم [illegible] ضرورةً منفی [illegible] ک یعنی م ب − م م − ب م [illegible]
منفی گردد و همچنین درین معادله ک³ − [illegible] ک² [illegible] ک
− م ب م = ۰ چون اینجا صرف یک [illegible] است [illegible]
[illegible] مثبت است و دیگر دو منفی درینصورت اگر م − ب [illegible]

$\frac{ک^۴}{ی^۲} + \frac{ی^۴}{ک^۲} = س^۲ + (م - س)^۲ - ۴د = ب$ بحسب السؤال وچون $\frac{ک^۲}{ی} + \frac{ی^۲}{ک} = م - س$ بحسب السؤال است پس $ک^۳ + ی^۳ = ی ک \times (م - س) = د \times (م - س)$ وهرگاه $ک^۳ + ی^۳ = س^۳ - ۳س د$ بموجب سؤال نهم است ازین سبب $د \times (م - س) = س^۳ - ۳س د$ بحسب المساواة بلکه $د م - د س + ۳ د س = د م + ۲ د س = س^۳$ بلکه $د = \frac{س^۳}{م + ۲س}$ بحسب القسمة بلکه $س^۲ + (م - س)^۲ - ۴د = س^۲ + (م - س)^۲ - \frac{۴س^۳}{م + ۲س} = ب$ بحسب المساواة بلکه $س^۲ + \frac{ب س}{م} = \frac{م^۲ - ب}{۲}$ پس $س = \sqrt{\frac{م^۲ - ب}{۲} + \frac{ب^۲}{۴م^۲}} - \frac{ب}{۲م}$ بحسب زیادت مربع نصف رقم ماقبل س و تجذیر الطرفین پس هرگاه مقدار س معلوم شد همه مقدارهای د و ک و ی بطور سهل متعین خواهند شد *

مطلب چهاردهم *** در استخراج معادلات بوجه العام وآنرا (ایکویشن الجنرل) گویند

(ایکویشن) بمعنی مقابله است و (الجنرل) بمعنی عام است و دران چند بیان است *

بیان اول در خاصیت وماهیت معادلات که آنرا (بیتور) گویند بدانکه جمیع معادلات اعظم بسبب ضرب معادلات اصغر در یک دیگر که مشتمل بر یک مقدار مجهول باشد حاصل میشوند * مثلاً معادلهٔ مربعی از ضرب دو معادلهٔ مفرد حاصل میشود ومعادله کعبی بسبب ضرب سه معادلهٔ مفرد خواه یک معادله مربعی ویک معادله مفرد حاصل میشود ومعادلهٔ مال مالی بسبب ضرب چهار معادلهٔ مفرد خواه دو معادلهٔ مربعی خواه یک معادلهٔ کعبی ویک معادلهٔ مفرد بهم میرسد وهمچنین معادلات دیگر چنانکه مقدار مجهول اگر در معادلات مفرد مساوی م و ب و س و د باشد * مثل $ک = م$ و $ک = ب$ و $ک = س$ و $ک = د$ و هرگاه ارقام این معادلات را بیک طرف معادله آورده شود پس $ک - م = ۰$ و $ک - ب = ۰$ و $ک - س = ۰$ و $ک - د = ۰$ خواهد شد وحاصل ضرب کدام دو دو از آنها مثل $(ک - م) \times (ک - ب) = ۰$ یک مقابله مربعی خواهد شد بامعادله دو مقداری ونیز حاصل ضرب سه از آنها مثل (ک − م)

ک³ = سے³ + ۳ ر سے² + ۳ ر² سے + ر³

− ب ک² = − ب سے² − ۲ب ر سے − ب ر²

+ ب ک = + ب سے + ب ر

− ر = − ر

ومجموع این مقادیر = ۰ واین مقابلهٔ مطلوب است

فائده در مثال اول دو مقدار ک در مقابلهٔ مورد یکی − ۳ ودویم − ۴ میتواند شد وهمچنین دو مقدار درمقابلهٔ سے² − ۶ سے + ۸ = ۰ دو وچهار است وازین سبب تفاضل هست میشود چنانکه مطلوب است وهمچنین درمعادلهٔ ثانیه که کعبی است رقم اخیرمعادله متبدله مساوی است بامعلومات مقابلهٔ اصل بحسب تفاضل ر وازسبب این معلومات اگر رقم اخیرکدام معادله معلوم شود مجهول بطور سهل خارج میتواند شد چنانکه ازمثال واضح میشود مثل ک³ + ک² − ۱۰ ک + ۸ = ۰ وخواهم که مقابلهٔ نودرست کنم بطوریکه یکی ازهمه چهار رقص برابر ک باشد فرض کردم ک = سے − ۴ پس

ک³ = سے³ − ۱۲ سے² + ۴۸ سے − ۶۴

+ ک² = + سے² − ۸ سے + ۱۶

− ۱۰ ک = − ۱۰ سے + ۴۰

+ ۸ = + ۸

مجموع = سے³ − ۱۱ سے² + ۳۰ سے = ۰

واین مقابلهٔ مطلوب است

وبحسب قسمت طول سے خارج شد سے² − ۱۱ سے + ۳۰ = ۰ که سے = ۶ یا ۵ و ک = ۲ ودرین مثال معادلهٔ معلومه بشرط یک معادلهٔ مربعی مبدل آمد ورقم اخیر معدوم شد بسبب اختیارکردن − ۴ دربصورت − ۴ هیچکی ازهمه تر این معادله مساوی ک ست وچون صفتهای مثبت هرکب مقدار منفی میشود مقدار منفی مقدار ... وصفتهای منفی با مقدار مثبت صرف سبب تبدیل − های لازم می ... شود

تمّ

بفرد ک − م و ک − ب وغیران باشد پس همیشه مضروب یکدیگر معادلات اعظم متوالیه خواهد بود بدینصورت ک − م = ۰ مضروب

ک − ب = ۰ مضروب فیه

ک² − م ک − ب ک + ب م = ۰ حاصل الضرب مربعی معادله است

وهرگاه این را در ک − س = ۰ ضرب کنم حاصل ک³ − (م + ب + س) ک² + (م ب + م س + ب س) ک − م ب س = ۰ این مرکب کعبی معادله است وهرگاه این را در ک − د = ۰ ضرب کنم حاصل ک⁴ − (م + ب + س + د) ک³ + (م ب + م س + م د + ب س + ب د + س د) ک² − (م ب س + م ب د + م س د + ب س د) ک + م ب س د = ۰) این معادله مال المالی است درینجا لحاظ باید کرد که عدد ماقبل رقم دویم مساوی مجموع همه مقادیر معلومه است مع تبدیل نشانهای مثبت ومنفی وعدد ماقبل رقم سیوم مساوی مجموع حاصل ضربهای آن همه مقادیر از روی ضرب آن دو دو مقادیر با یک دیگر است وعدد ماقبل رقم چهارم مساوی مجموع حاصل ضرب سه سه مقادیر است ورقم آخر مساوی با حاصل الضرب همه آن مقادیر با یکدیگر است مع نشان مثبت ومنفی بحسب مناسب ونیز لحاظ باید کرد که همه نشانهای مثبت ومنفی جمیع ارقام بترتیب واقع شده اند منفی بعد مثبت ورقم اول همیشه مثبت وبدون عدد ماقبل می باشد وآن مقدار مضلع اعظم مجهول است ورقم دویم مضلع مجهول که تحت مضلع اعظم است مضروب در مجموع مقادیر معلومه مع نشان منفی است ورقم سیوم مضلع تحتانی رقم دویم است مع مجموع حاصل ضرب دو دو مقادیر معلومه وازین سبب مثبت واقع خواهد شد وهمچنین رقم چهارم مضلع تحتانی رقم سیوم میشود مع مجموع حاصل ضربهای سه سه مقادیر معلومه وضرورة منفی واقع خواهد شد وهمچنین اگر بعد آن دیگر مضلعات تحتانی هم باشند بهمان نسبت واقع میشوند وازین بیان ظاهر است که اگر همه مقادیر معلومه مثبت باشند پس همه نشانهای ارقام مضلع اعظم مثبت ومنفی خواهد بود بالترتیب واگر همه مقادیر معلومه منفی بوند همه ارقام مثبت خواهد بود وازینجا ظاهر شد که هرگاه همه مقادیر مقابلهٔ مفرد ومنفی باشد تبدیل نشان نخواهد شد وبالجمله هرقدر که مقادیر مثبت در هریک مقابله خواهد بود همان قدر نشانها

$$ک^{۳} = ے^{۳} + ۹ے^{۲} + ۲۷ے + ۲۷$$
$$-۹ک^{۲} = -۹ے^{۲} - ۵۴ے - ۸۱$$
$$+۲۶ک = +۲۶ے + ۷۸$$
$$-۲۴ = -۲۴$$

$$مجموع = ے^{۳} - ے - ۱۰ = ۰$$ وهو المطلوب ٭

مثال سیوم $ک^{۴} + ۸ک^{۳} - ۵ک^{۲} + ۱۰ک - ۴ = ۰$ پس میخواهم که رقم دویم معادله معدوم کنم پس هشت را که عدد ما قبل رقم دویم است بر ۴ که عدد منزل مضلع اعظم است قسمت نمودم خارج دو مثبت شد آنرا مع تبدیل نشان با ے که مفروض آخر است جمع نمودم $ک = ے - ۲$ شد مضلعات آنرا جمع کردم مطلوب برآمد بدینصورت

$$+ک^{۴} = ے^{۴} - ۸ے^{۳} + ۲۴ے^{۲} - ۳۲ے + ۱۶$$
$$+۸ک^{۳} = +۸ے^{۳} - ۴۸ے^{۲} + ۹۶ے - ۶۴$$
$$-۵ک^{۲} = -۵ے^{۲} + ۲۰ے - ۲۰$$
$$+۱۰ک = +۱۰ے - ۲۰$$
$$-۴ = -۴$$

$$مجموع = ے^{۴} - ۲۹ے^{۲} + ۹۴ے - ۹۲ = ۰$$ وهو المطلوب ٭

مثال چهارم $ک^{۳} - ب ک^{۲} + ج ک - د = ۰$ پس میخواهم که رقم دویم را معدوم کنم پس − ب را که عدد ما قبل رقم دویم است بر ۳ که عدد منزل مضلع اعظم است قسمت نمودم خارج $-\frac{ب}{۳}$ شد و آنرا مع تبدیل نشان با ے که مفروض آخر است جمع کردم $ک = ے + \frac{ب}{۳}$ شد پس مضلعات آن حسب معادله مطلوب حاصل شد بدینصورت

رقم دویم منفی خواهد بود وسوم نیز ضرورةً منفی شود واگر (ص + ب) اعظم از سه باشد رقم دویم مثبت خواهد بود لیکن تبدل در دیگرد ونشان بحسب د ومقدار دیگرخواهد شد * وازبیان این ترکیب رقم اخیر این معادلهٔ اعظم که مقسوم مفروض گردد حقیقت آن منکشف می شود وقاعده برای بهم رسانیدن هرمقدار درجمیع اقسام معادله حاصل می شود *

بیان دویم در قواعد ودران چند مسئله است

مسئلهٔ اولی در زیاده کردن یا ناقص کردن مقادیر ضلع یک مقابله معلوم بقدرکدام مقدار معلوم *
قاعدهٔ اولی کدام مقدار نو فرض کند وآنرا مع مقدار معلوم با نشان مثبت خواه منفی حسب مطلوب وصل کند و مضلعهای آنرا درهمان مقابله بعوض مضلعهای مقدار مجهول درست سازد تا که یک مقابلهٔ نو بهم رسد وباید دانست که هرگاه در یک کعبی مقابلهٔ ضلع مرکب از ضلعین متساویین باشد پس آن مقابله مورد آورده می شود بطرف یک مقدار اصغر وبو سیلهٔ استخراج آن حصول مقدار مجهول آسان تر می شود * مثال اول یک مربعی مقابله است $\text{ک}^2 + 8\,\text{ک} + 15 = 0$ ومیخواهم که مقابلهٔ دیگر از مقدار ے که مع هفت ناقص معادل مقدار ک باشد درست سازم درینصورت $\text{ک} = \text{ے} - 7$ فرض کردم واین را بعوض مقابلهٔ مذکور درست ساختم بدینصـــــــــــــــــــــــــــورت

$$\text{ک}^2 = \text{ے}^2 - 14\,\text{ے} + 49$$

$$8\,\text{ک} = * + 8\,\text{ے} - 56$$

$$15 = * \quad * + 15$$

$$\text{ے}^2 - 6\,\text{ے} + 8 = 0$$ واین مقابله مطلوب است

مثال دیگر $\text{ک}^3 - \text{ب}\,\text{ک}^2 + \text{ب}\,\text{ک} - \text{ر} = 0$ ومیخواهم که این معادله را در معادلهٔ مجهول دیگر بیارم که مقدار ک بقدر سه زائد باشد پس $\text{ک} = \text{ے} + \text{سه}$ فرض کردم بدینصـــورت

یا حاصل ضرب همه ضلعهای این مقابله در یک دیگری باشد لهذا ضرورة حاجت بهم رسانیدن مقسوم علیه‌ها در عدد شد و آنها را علی التوالی با مقدار ک که مجهول است بدل کرده مصلعات بحسب مقابلهٔ مطلوبه درست ساختم بدینصـــــــــــــــــورت

ک = ۱ درینصورت ۱ − ۴ − ۷ + ۱۰ = ۰

ک = −۱ درینصورت −۱ − ۴ + ۷ + ۱۰ = ۱۲

ک = ۲ درینصورت ۸ − ۱۶ − ۱۴ + ۱۰ = −۱۲

ک = −۲ درینصورت −۸ − ۱۶ + ۱۴ + ۱۰ = ۰

ک = ۵ درینصورت ۱۲۵ − ۱۰۰ − ۳۵ + ۱۰ = ۰

ازین سبب (+۱ و −۲ و +۵) این سه ضلع فرداً فرداً مقدار ک مجهول مطلوب است مثال دویم $ے^{۴} − ۴ ے^{۳} − ۸ ے + ۳۲ = ۰$ پس مقدار ے چه باشد درین معادلهٔ مذکوره را بطرف معادلهٔ دیگر تبدیل کردم تا مقسوم علیه‌ها اصغر و کمتر واقع شوند پس فرض کردم ے = ک + ۱

درینصـــــورت $ے^{۴} = ک^{۴} + ۴ ک^{۳} + ۶ ک^{۲} + ۴ ک + ۱$

$− ۴ ے^{۳} = * − ۴ ک^{۳} − ۱۲ ک^{۲} − ۱۲ ک − ۴$

$− ۸ ے = * * * − ۸ ک − ۸$

$+ ۳۲ = * * * * + ۳۲$

$ک^{۴} * − ۶ ک^{۲} − ۱۶ ک + ۲۱ = ۰$

این معادله است

پس مقسوم علیه‌های رقم اخیره (۲۱) است حاصل کردم ۱ و −۱ و +۳ و −۳ و +۷ و −۷ و −۲۱ و +۲۱ شد و هر کدام آنها را از مقدار ک بدل کرده معادله درست ساختم بدینصورت شد

۱ − ۶ − ۱۶ + ۲۱ = ۰

۱ − ۶ + ۱۶ + ۲۱ = ۳۲

۸۱ − ۵۴ − ۴۸ + ۲۱ = ۰

۸۱ − ۵۴ + ۴۸ + ۲۱ = ۹۶

چون دیگر هیچ عدد از مقسوم علیه‌ها حسب مطلوب جواب نمیدهد [illegible]

[illegible]

لفظ دویم چنانکه ضلعهای مقابلهٔ $ک^{۴} - ک^{۳} - ۱۹ ک^{۲} + ۴۹ ک - ۳۰ = ۰$) اینجا +۱ و +۲ و +۳ و −۵) است لیکن بسبب تبدیل نشان صرف دویم و سیوم مقابلهٔ $ک^{۴} + ک^{۳} - ۱۹ ک^{۲} - ۴۹ ک - ۳۰ = ۰$ ضلعهای آن میشود −۱ و −۲ و −۳ و +۵ لهذا همه ضلعهای یک مقابله مثبت باشد خواه منفی متعین میشود بحسب زیادت یا نقصان هریک ازان بقدر مقدار معلوم *

مسئلهٔ دویم در معدوم کردن رقم دویم در هریک مقابله که خواهند وطریقش آنست که عدد ماقبل رقم دویم را بر عدد منزل مضلع اعظم قسمت کنند وخارج را مع تبدیل نشان مثبت یا منفی باکدام مفروض نو وصل کنند ومضلعات بحسب معادلهٔ مطلوبه درست سازند پس رقم دویم معدوم خواهد شد * مثال $ک^{۲} - ۸ ک + ۱۵ = ۰$ میخواهم که معادلهٔ نو بیدا کنم که دران رقم دویم نباشد پس الاّ هشت را که عدد ماقبل رقم دویم بود بر دو که عدد منزل مضلع اعظم است قسمت کردم خارج −۴ شد آنرا بتبدیل نشان با عدد مفروض دیگر که ے باشد وصل کردم و مضاعات آن ساختم بدینصورت ک = ے +۴ پس

$$ک^{۲} = ے^{۲} + ۸ ے + ۱۶$$
$$-۸ ک = -۸ ے - ۳۲$$
$$+۱۵ = +۱۵$$
$$مجموع = ے^{۲} - ۱ = ۰$$

ازین مثال ظاهر است که هر معادلهٔ مربعی بدون تکمیل مجذور بسبب معدوم شدن رقم دویم حل میشود چراکه $ے^{۲} = ۱$ خواه ے = $\sqrt{۱}$ = ۱ پس ک = ے + ۴ = ۱ + ۴ = ۵ واین ضلع مطلوب است ومساوی با حاصل معادله مربعی میشود * مثال دویم $ک^{۳} - ۹ ک^{۲} + ۲۶ ک - ۳۴ = ۰$ ومیخواهم که رقم دویم را در معادلهٔ نو معدوم کنم پس نه را که عدد ماقبل رقم دویم است بر سه که عدد منزل مضلع اعظم است قسمت کردم خارج −۳ شد وآنرا تبدیل با مثبت نموده با مفروض آخر که ے باشد وصل کردم ک = ے + ۳ گردید درینصورت مضلعات آن بموجب معادلهٔ مذکوره درست ساختم حاصل مطلوب شد بدینصورت

مستقیم مقابل ارقام آن اعداد علی الترتیب بنویسند و بعد از ان از میان آن مقسوم علیه‌ها اعدادی را که علی نسبت متوالیه عددی باشد صعوداً خواه نزولاً و تفاضل مابین آنها بقدر عدد ماقبل مضلع اعظم بود درمیان خط دیگر مقابل یکدیگر بنویسند پس عددی را که محاذی صفر بهم رسد آنرا بر تفاضل مشترک قسمت سازند خواه عددی دیگر مناسب از همان ارقام مابین آن بهم رسانند و ماقبل خارج قسمت نشان زائد یا ناقص حسب مناسب ثبت نموده مقدار مجهول را از ان تبدیل ساخته ضلع مقابله حاصل سازند و هرجا که در یک سلسلهٔ متوالیه عددی متعین نشود صرورة هر یک اعداد جداجدا که معادل صفر واقع شوند از امتحان برآورده خواهند شد ﴿ مثال ک۳ − ک۲ − ۱۰ ک + ۶ = ۰ پس مقدار ک چه باشد اینجا مقدار ک را با اعداد متوالیه عددی ۲ و ۱ و ۰ و ۱− تعبیر نموده حسب مقابله مطلوبه از هر یکی مقابلات درست ساختم بدینصـــــــــــــورت شد

ک = ۲ پس ۸ − ۴ − ۲۰ + ۶ = ۱۰−

ک = ۱ پس ۱ − ۱ − ۱۰ + ۶ = ۴−

ک = ۰ پس ۰ ۰ ۰ + ۶ = ۶

ک = ۱− پس ۱− − ۱ + ۱۰ + ۶ = ۱۴

بعد از ان اعداد متوالیه را مع حاصل ضرب اجزا آنها و مقسوم علیه‌های حاصل آن ... غیر مشترکهٔ آنها مابین خطوط مستقیم ... بدینصـــــــــــــورت

سلسلهٔ اعداد	حاصل	مقسوم علیه‌های حاصل	... مقسوم علیه
۲	۱۰−	۱ و ۲ و ۵ و ۱۰	۵
۱	۴−	۱ و ۲ و ۴	۵
۰	۶	۱ و ۲ و ۳ و ۶	۰
۱−	۱۴	۱ و ۲ و ۷ و ۱۴	۰

چون در هیچ رقم معادل صفر واقع نشد پس آن ... که ... مشترک ... نمودم ... چون ... مثبت ... حاصل نمی شود ... آن ... ...

گردید .... کـ^۳ = ـے^۳ + ب ـے^۲ + ۳ ب^۲ ـے / ۸ + ب^۳ ـے / ۱۶ + ب^۳ / ۲۱۶

− ب کـ^۲ = − ب ـے^۲ − ۳ ب^۲ ـے / ۴ − ۳ ب^۳ ـے / ۱۶ − ب^۳ / ۶۴

+ ج کـ = + ج ـے + ب ج ـے / ۲ + ج ب^۲ / ۱۶

− ر = − ر ـے − ر ب / ۴

+ ا = + ا

ومجموع آنها مقابله مطلوب است ☙

فائده چون مجموع همه ارقام معلومه درهریک مقابلهٔ مساوي با عدد ما قبل رقم دویم میشود هرگاه رقم دویم معدوم شد پس ضلعهای همه مقابلهٔ مثبت ومنفي هرد ومیتواند شد چراکه مجموع ضلعهای مثبت مساوي مجموع منفي است * مثلا درین کعبی مقابلهٔ کـ^۳ − ۷ کـ = ۶ دریجا سه ضلع میشوند + ۳ و − ۲ و − ۱ وظاهراست که ۳ = ۲ + ۱ *

مسئلهٔ سیوم دراستخراج ضلعهای معادلات بشرطیکه منطق باشند *

قاعده مقسوم علیهای رقم اخیربهم باید رسانید که ازروی قسمت صحیح برکدام رقم قسمت می پذیرد وهریکي ازان مقسوم علیهای را یکی بعد دیگری بعوض مقدار مجهول متعین نموده مضلعات آن بحسب مقابلهٔ مطلوبه درست سازند وچون ارقام مثبت ومنفي معدوم کندهٔ یک دیگراند لهذا آن مقسوم علیها متبدل بمثبت ومنفي برای هریکی ازضلعهای آن مقابله خواهد شد واگر هیچ یکی ازین مقسوم علیها حسب مطلوب نبود پس ضلعهای آن مقابله اصم خواهند بود مثبت باشد خواه منفي خواه سؤال محال خواهد بود ونیزاگر مقسوم علیهای رقم اخیرکبیرباشد پس آن مقابله را دردیگرمقابله اصغر بطریق زائد وناقص بموجب مسئلهٔ اولی بقدریک مقدارمعلوم وحسب مناسب درست سازند ☙ مثال اول کـ^۳ − ۴ کـ^۲ − ۷ کـ + ۱۰ = ۰ پس ضلع اول که مجهول است چه باشد چون مقسوم علیهای رقم اخیرکه ده است (+ ۱ و − ۱ و + ۲ و − ۲ و + ۵ و − ۵ و + ۱۰ و − ۱۰) است وهرگاه رقم اخیر هرمقابلهٔ مساوي